

EDUARDO ASSUNÇÃO PRAÇA

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE GERAÇÃO DE ESCALAS DE
TRABALHO PARA MÉDICOS: ESTUDO DE
CASO EM UMA REDE HOSPITALAR**

São Paulo
2020

EDUARDO ASSUNÇÃO PRAÇA

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE GERAÇÃO DE ESCALAS DE
TRABALHO PARA MÉDICOS: ESTUDO DE
CASO EM UMA REDE HOSPITALAR**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

São Paulo
2020

EDUARDO ASSUNÇÃO PRAÇA

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DE UM
PROBLEMA DE GERAÇÃO DE ESCALAS DE
TRABALHO PARA MÉDICOS: ESTUDO DE
CASO EM UMA REDE HOSPITALAR**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para ob-
tenção do Diploma de Engenheiro de
Produção.

Orientador:

Leonardo Junqueira

São Paulo
2020

Aos meus amigos e família

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos aqueles que de alguma maneira me apoiaram e acreditaram na minha capacidade, me incentivando a sempre continuar caminhando ao longo dessa jornada.

Agradeço especialmente ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Junqueira, por todo o empenho e dedicação ao longo da elaboração deste trabalho, sendo fundamental para boa gestão de tempo e para a ampliação de meus conhecimentos, além de todos os comentários que possibilitaram maior entendimento da estrutura e conteúdo que se espera de uma boa produção acadêmica.

Agradeço também à minha família, amigos e time, que sempre estiveram ao meu lado e valorizaram minhas qualidades, permitindo com que eu sempre tivesse forças para continuar seguindo firme, mesmo em momentos difíceis.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a todos os professores e monitores que, de alguma forma, contribuíram para minha formação acadêmica, profissional e pessoal, fazendo com que eu sempre buscasse por estudar para me tornar uma pessoa mais completa em todos os níveis.

A eles, toda a minha gratidão.

“When you have eliminated all which is impossible, then whatever remains, however improbable, must be the truth.”

– Sir Arthur Conan Doyle

RESUMO

Em virtude da maior competitividade entre organizações hospitalares, há maior busca pelo uso de aplicações que sejam responsáveis por uma melhor gestão e otimização de recursos. Dentre as aplicações, destaca-se a utilização de conceitos de Pesquisa Operacional, principalmente quando aplicada à gestão da força de trabalho nos hospitais, em virtude dos custos associados ao contingente de trabalho e de manutenção de bom nível de atendimento dos pacientes. Como foco deste estudo, tem-se a busca pela geração otimizada de escalas de trabalho, por meio da criação de modelo baseado em programação linear inteira. Apresenta-se, com base em fundamentação teórica do que há de estado da arte no assunto de geração de escalas de trabalho dentro da área médica, modelagem matemática baseada em um problema de otimização de restrições capaz de considerar as especificidades relevantes para o estudo em questão. Dentre os aspectos abordados estão a necessidade de folgas, indisponibilidade de médicos em certos períodos, sequências de turnos proibidas e preferências de gestores de equipes médicas de rede hospitalar, que auxiliaram com dados para obtenção de cenário real. Como abordagem de solução do problema, optou-se pela utilização da aplicação *Gurobi*, *solver* de estado da arte para otimização de modelos matemáticos, com suporte para a linguagem *Python*. Como coleta de dados, fez-se inicialmente um caso teste inicial para validação do modelo e, posteriormente, tanto captação de dados reais para verificação de aplicabilidade prática como geração de instâncias aleatorizadas para averiguação de eficiência computacional. Observa-se que, apesar de se tratar de um problema *NP-hard*, as restrições de indisponibilidade fazem com que o número de potenciais soluções diminua, de modo que os tempos computacionais para otimização de cenários práticos não seja elevado. Com relação aos principais benefícios para os gestores, encontram-se a praticidade de não ter que dedicar diversas horas para a criação manual das escalas de trabalho e a garantia de que a escala obtida é a que maximiza a preferência da equipe, potencializando o nível de qualidade do serviço médico prestado.

Palavras-chave: Geração de Escalas, Pesquisa Operacional em Sistemas de Saúde, Modelagem Matemática, Otimização

ABSTRACT

In spite of the higher competition between healthcare organizations, there's a higher search for utilities responsible for a better management and optimization of resources. One of these is the use of Operations Research, mainly applied to workforce planning inside hospitals, since it's a source of many costs associated with the employees and service level is highly dependant on the workforce. As a focus of this study, there's the search for an optimization method to create an employee roster, based on an integer linear programming model. A dense review on the state of the art in techniques on the subject is presented, in order to set a model based on a constraint optimization problem, capable of considering the specific needs of the studied medical groups, from a healthcare organization in Sao Paulo, Brazil. Subjects such as day-offs, availability, forbidden sequence patterns and preferences for each employee are taken under consideration for the model creation. As for solution methods, the state of the art solver Gurobi was used for the optimization, associated with a program elaborated using Python language. Data gathering consisted of three different parts, firstly validating the model with an easy to track case. Then collecting input from the physicians and verifying the outcome that optimizes the model. Finally, testing computational effectiveness by random generating scenarios and comparing optimization times. As results, the study finds that even though the problem is NP-hard, the constraints on availability make the number of potential solutions fall, so, even for some bigger scenarios, time taken for the program to optimize is not long. As for benefits for the managers of the medical groups, the practicality of not having to create the rosters manually is highly appreciated. Moreover, having a model that ensures optimization makes for a higher level of quality of the provided medical services.

Keywords: Physician Rostering Problem, Operations Research for Healthcare, Mathematical Modeling, Optimization

LISTA DE FIGURAS

1	Esquematização do Capítulo 2.	22
2	Número de publicações de Pesquisa Operacional relacionadas à temática de saúde por ano.	23
3	Diagrama de Planejamento de Força de Trabalho.	29
4	Esquematização do Problema de Determinação do Contingente de Trabalho.	31
5	Esquematização do Problema de Alocação de Funcionários.	37
6	Exemplificação da escala gerada com a ferramenta DoctorID.	52
7	Exemplificação da substituição de plantões com a ferramenta DoctorID.	52
8	Ilustração da interface de usuário da solução Shift Admin.	53
9	Ilustração minimalista da interface de usuário da solução QGenda.	54
10	Ilustração da escala gerada pela solução PACE Scheduler.	55
11	Ilustração de aviso de não satisfação da demanda pela solução PACE Scheduler.	55
12	Interface do usuário para <i>template</i> de geração de escalas de trabalho em Excel.	56
13	Interface do usuário para calendário/agenda da empresa Google.	57
14	Relação entre tópicos abordados no Capítulo 2 para a definição do problema abordado no TF.	58
15	Relação entre tópicos abordados no Capítulo 4 para relacionar a modelagem matemática aos resultados e à discussão deles.	71
16	Relação entre entradas e saídas do programa elaborado.	75
17	Interface do programa elaborado durante a leitura de dados.	76
18	Interface do programa elaborado após finalização da otimização do modelo.	77
19	Informações de solução fornecidas pelo <i>software Gurobi</i> após finalização da otimização do cenário teste.	81

20	Escala que otimiza o cenário teste.	82
21	Imagem do <i>template</i> de coleta de preferências de cada médico para verificação de eficácia do modelo.	83
22	Escala que otimiza a primeira semana do cenário real estudado no TF. . .	85
23	Gráfico com comparação de tempo de execução e número de variáveis em todas as combinações testadas.	92
24	Gráfico com comparação de tempo de execução e número de restrições em todas as combinações testadas.	93
25	Gráfico com comparação entre número de restrições e número de variáveis em todas as combinações testadas.	93
26	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada cenário.	94
27	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada cenário.	95
28	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada número de médicos.	96
29	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada número de médicos.	96
30	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada número de dias do horizonte de planejamento.	97
31	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada número de dias do horizonte de planejamento.	98
32	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada caso de disponibilidade de médicos.	99
33	Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada caso de disponibilidade de médicos.	99

LISTA DE TABELAS

1	Consolidação esquemática da Seção 2.1 do TF.	27
2	Relação entre temáticas que compõem o Planejamento de Força de Trabalho.	30
3	Índices, conjuntos e parâmetros para modelo de PDCT.	32
4	Variáveis de decisão para modelo de PDCT.	33
5	Definição de índices, conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo de Brucker, Qu e Burke (2011).	39
6	Contabilização de estudos na temática de Alocação de Funcionários.	41
7	Restrições usuais aplicáveis ao PGETM.	47
8	Consolidação da importância de contextualizações legais e organizacionais para o PGETM.	48
9	Definições adotadas para o PGETM deste TF.	59
10	Restrições contempladas no PGETM deste TF.	60
11	Análise comparativa entre o modelo do TF e o modelo de Wickert et al. (2020).	62
12	Índices e conjuntos da modelagem do PGETM do TF.	63
13	Parâmetros da modelagem do PGETM do TF.	64
14	Variáveis de decisão da modelagem do PGETM do TF.	65
15	Recursos utilizados pelo <i>Gurobi</i> para resolução de PLIMs.	73
16	Valores dos parâmetros ω adotados para obtenção de resultados do TF.	79
17	Aspectos a serem testados na validação do modelo do TF.	80
18	Caracterização do cenário para validação do modelo.	80
19	Caracterização do cenário prático do TF.	84
20	Caracterização da demanda do cenário prático do TF.	84
21	Conjunto de aspectos para teste de eficiência computacional do modelo do TF.	86

22	Caracterização do cenário prático 2 para teste de eficiência do modelo.	86
23	Caracterização da demanda do cenário prático 2 para teste de eficiência do modelo.	87
24	Determinação do valor dos parâmetros α segundo cada cenário.	88
25	Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário Teste.	89
26	Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário prático 1.	90
27	Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário Prático 2.	91

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Considerações Sobre Gestão em Organizações Hospitalares	18
1.2	Parcerias e Motivação	19
1.3	Objetivos do Trabalho	19
1.4	Estrutura do Trabalho	20
2	Fundamentação Teórica	22
2.1	Aplicações de Pesquisa Operacional em Sistemas de Saúde	23
2.2	Planejamento de Força de Trabalho	28
2.2.1	Problema de Determinação do Contingente de Trabalho (PDCT) . .	30
2.2.2	Problema da Alocação de Funcionários (PAF)	36
2.3	Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos (PGETM) . .	42
2.3.1	Definições de Variáveis	43
2.3.2	Funções Objetivo e Tipos de Problema	44
2.3.3	Restrições Contempladas	46
2.4	Contexto de Legislação e Especificidades da Organização Hospitalar do TF	48
2.4.1	Legislação Vigente Para Regulação da Atividade Médica	48
2.4.2	Particularidades da Organização Hospitalar do TF	50
2.5	Soluções Atuais de Gestão Para Criação de Escalas de Trabalho na Área Médica	51
2.6	Definição do PGETM Específico do TF	57
3	Modelagem Matemática	61
3.1	Definição de Elementos, Conjuntos e Variáveis do Modelo Matemático . .	62

3.2	Função Objetivo e Restrições do Modelo Matemático	65
4	Métodos de Solução e Código de Programação Elaborado	71
4.1	Métodos de Solução	72
4.2	Código de Programação Elaborado	73
5	Resultados e Discussão	78
5.1	Validação da Modelagem Proposta	79
5.2	Verificação da Eficácia em Cenário Real	83
5.3	Teste da Eficiência Computacional do Modelo	85
5.4	Discussão de Resultados	92
5.4.1	Segmentação dos Resultados por Cenário Analisado	94
5.4.2	Segmentação dos Resultados por Número de Médicos	95
5.4.3	Segmentação dos Resultados por Número de Dias no Horizonte de Planejamento	97
5.4.4	Segmentação dos Resultados por Disponibilidade dos Médicos . . .	98
5.4.5	Consolidação das Análises Realizadas	100
6	Conclusões e Perspectivas Futuras	101
	Referências	104

1 INTRODUÇÃO

A temática de saúde ocupa posição de alto destaque dentro de decisões de investimentos em pesquisa, uma vez que é de interesse mundial que cada vez mais haja melhorias na atuação médica e no tratamento de pacientes. O aumento da idade média da população mundial e maior expectativa de vida é fator que explica o recente aumento do interesse da temática de saúde dentro de estudos em diversas áreas de otimização de recursos, como a Pesquisa Operacional (RAIS; VIANA, 2010). Além disso, a modernização e incorporação de novas tecnologias em redes hospitalares também abre espaço para novas possibilidades de aplicação de modelos a fim de haver melhorias no serviço prestado.

Há tendência recente, devido à mudança no nível de acesso à informação e maior presença de engajamento dos clientes, de mudança entre lógicas de pensamento de produção. Anteriormente, havia o domínio do modo de pensar centrado em bens, no qual o foco primário era na entrega de bens tangíveis, com serviços sendo apenas um tipo específico e particular de produto, secundário, uma vez que a importância central era o resultado em si. Já o novo pensamento, centrado em serviços, considera que a criação de valor é feita ao longo da cadeia de um produto, podendo haver bens envolvidos, porém centrada nos processos coordenados a fim de se ter um resultado. Nesse sistema, estreita-se a relação entre produtor e consumidor, pois há uma co-criação e integração do cliente na cadeia geradora de valor, incentivando mudanças, por exemplo, por sistemas de *feedbacks* (VARGO; LUSCH, 2008).

Tal modificação tem ampla relação com a importância que o setor terciário adquiriu ao longo das últimas décadas, com destaques para novas características de demanda de desejo de melhor qualidade de vida, público mais jovem e tecnológico, maiores remunerações e tempo de lazer, maior integração econômica e menor escala de tempo para difusão de informação (GIANESI; CORREA, 1994).

Há alguns setores tradicionais, como os Sistemas de Saúde, nos quais as mudanças majoritariamente demoram mais para ocorrer, muitas vezes porque a cultura já enraizada leva mais tempo para apresentar perdas de valor para o consumidor. A exemplo, a demora

para a criação de aplicativo prático para agendamento de consultas em rede hospitalar provavelmente será sentida como um empecilho para o cliente, porém não faz com que ele desista de realizar a consulta, uma vez que os exames se tratam de serviços essenciais para a população (APPELBAUM; WOHL, 2000).

Apesar de ter levado maior tempo, em virtude da modernização de redes hospitalares concorrentes, os aspectos econômicos de competitividade entre organizações de saúde ficaram em maior evidência, buscando cada vez maiores vantagens estratégicas e melhorias na gestão de recursos. Juntam-se a isso o fato de que mais de 50% dos custos hospitalares estão relacionados à força de trabalho e o fato de que há uma escassez de médicos e enfermeiras no mercado de trabalho (ERHARD et al., 2018).

Assim sendo, formas de se otimizar a distribuição tanto temporal quanto em equipes acabam sendo diferenciais importantes na atualidade. Corroboram-se as assertivas acima com a maior busca por publicações na temática de Pesquisa Operacional ligada a Sistemas de Saúde em tempos recentes, principalmente em temáticas de auxílio à gestão, agendamento e geração de turnos de trabalho (ERNST et al., 2004a).

1.1 Considerações Sobre Gestão em Organizações Hospitalares

Cerca de 40% dos custos operacionais de organizações hospitalares estão atrelados à cadeia de suprimentos, com estimativas de ganhos potenciais de 2 a 8% ao se incorporar uma boa gestão de cadeia de suprimento (MCKONE-SWEET; HAMILTON; WILLIS, 2005). Além disso, também como efeitos relacionados a boas práticas de gestão, estão a lealdade e retenção dos profissionais (principalmente médicos e enfermeiros), levando a uma maior qualidade do serviço, que possui potencial de conversão em uma melhor avaliação por parte dos pacientes (MCKONE-SWEET; HAMILTON; WILLIS, 2005). Ainda dentro da temática de retenção de profissionais, o fato de haver uma quantidade limitada de bons médicos no mercado e dificuldade grande na reposição corrobora com a importância de se criar sistemas que auxiliem na satisfação de preferências desses trabalhadores (THIELEN, 2018).

Organizações dentro do sistema de saúde são especialmente complexas em termos de gestão, uma vez que há a necessidade de antecipação de novas tecnologias e seleção de como realizar a incorporação considerando objetivos financeiros e demandas por parte de trabalhadores, pacientes, financiadores e organizações reguladoras, o que abre espaços

para diversos desafios na área (BAKER, 2001).

Como principais problemas existentes para a implantação de boas práticas de gestão de cadeias de suprimento, encontram-se a falta de claridade de incentivos competitivos, falta de linguagem universal entre a parte administrativa e a operacional, o não entendimento do papel da organização hospitalar como auxiliadora, dificuldade de compartilhamento de informações, processo decisório difuso e falta de consistência/existência de avaliadores de desempenho (MCKONE-SWEET; HAMILTON; WILLIS, 2005).

Apesar dos problemas acima retratados se referirem à cadeia de suprimentos, são justamente essas mesmas problemáticas atuais que motivam grande parte dos estudos de Pesquisa Operacional na área de saúde a buscarem aplicações e desenvolvimento de teoria a fim de melhorar o nível geral de serviço. Uma dessas áreas de estudo, que será foco nesse documento, é referente à otimização de geração de escalas de turnos de trabalho.

1.2 Parcerias e Motivação

Para este trabalho em questão, há a parceria com os médicos Victor Zambrana e Renata Almeida de Assunção, funcionários e coordenadores de equipes médicas das áreas de Ginecologia e Obstetrícia de um complexo hospitalar localizado no bairro da Mooca - São Paulo (SP), a fim de tornar este estudo dentro da área de Pesquisa Operacional aplicável e fornecer informações que auxiliem na escolha da modelagem matemática, considerando as reais demandas tanto do hospital quanto dos coordenadores e equipes médicas. Vale ressaltar que essas informações enriquecem consideravelmente o trabalho uma vez que será possível realizar uma comparação entre as modelagens propostas de maneira teórica e limitações pontuais dentro da realidade de gestão de grupos médicos.

Como motivadores adicionais, têm-se os fatores de maximização da satisfação dos trabalhadores, aumentando a qualidade do serviço prestado e de evidenciar que a utilização da Pesquisa Operacional e conceitos de Engenharia de Produção podem auxiliar em questões de gestão em ambientes hospitalares, resolvendo um problema real, mensurável, aprimorável e potencialmente adaptável para realidades de outras organizações médicas.

1.3 Objetivos do Trabalho

Este trabalho de formatura (TF) tem por objetivo:

- a) Elaborar modelagem matemática para o problema de geração de escalas de trabalho de grupo médico, a fim de auxiliar na satisfação dos colaboradores e assim melhorar o nível de serviço da equipe como um todo;
- b) Realizar testes com a modelagem estabelecida, para averiguar quais as soluções ótimas de acordo com o conjunto de restrições ativas, para que isso possa servir de *insight* para que o gestor da área médica possa ter novas ideias sobre a maneira de organização e divisão de seu grupo;
- c) Exercitar de maneira prática a aplicação da metodologia de Pesquisa Operacional, observando um problema real, com múltiplas alternativas possíveis para a solução, fazendo uma escolha baseada em informações tangíveis e observando os resultados para comparar se foram bem sucedidos.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este TF é composto dos seguintes seis capítulos:

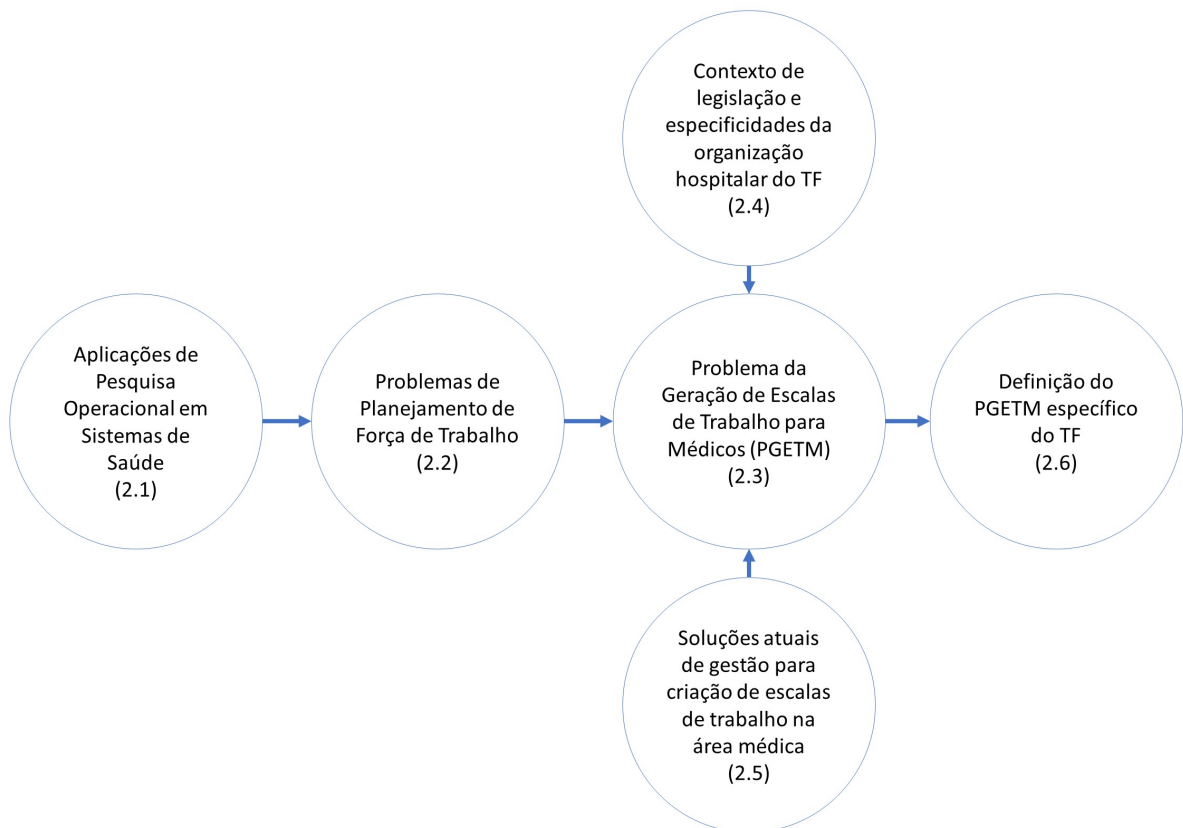
- Capítulo 1 – Introdução – Apresentação inicial da temática do trabalho, motivações e objetivos, além de trazer prévia da estrutura que o compõe;
- Capítulo 2 – Fundamentação Teórica – Considerações relevantes para base da modelagem, abrangendo desde temáticas amplas de Pesquisa Operacional em Sistemas de Saúde até chegar ao problema específico deste trabalho;
- Capítulo 3 – Modelagem Matemática – Elaboração de modelo matemático para descrever o problema, definindo variáveis, parâmetros, conjuntos utilizados, função objetivo e restrições;
- Capítulo 4 – Métodos de Solução e Código de Programação Elaborado – Discussão acerca dos existentes meios de se resolver o problema e apresentação do método de entrada de dados e da codificação, em *Python*, da modelagem definida no Capítulo 3;
- Capítulo 5 – Resultados e Discussão – Apresentação e análise dos *outputs* do código desenvolvido e comparação com as soluções atualmente utilizadas pelos coordenadores de equipes médicas que auxiliaram no estudo de caso;

- Capítulo 6 – Conclusões e Perspectivas Futuras – Fechamento dos elementos textuais, com considerações dos objetivos alcançados e futuras possibilidades relacionadas ao trabalho que podem ser exploradas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é dado foco na discussão de estudos com temática relacionada à área de saúde dentro da Pesquisa Operacional, abrangendo desde temas amplos até focalizar na geração de turnos de trabalho para profissionais da área médica. Além disso, são trazidas seções de apoio nas áreas jurídica e gerencial, que servirão de auxílio para a definição do modelo matemático do trabalho. A Figura 1 traz de forma esquemática a relação dos assuntos tratados no capítulo.

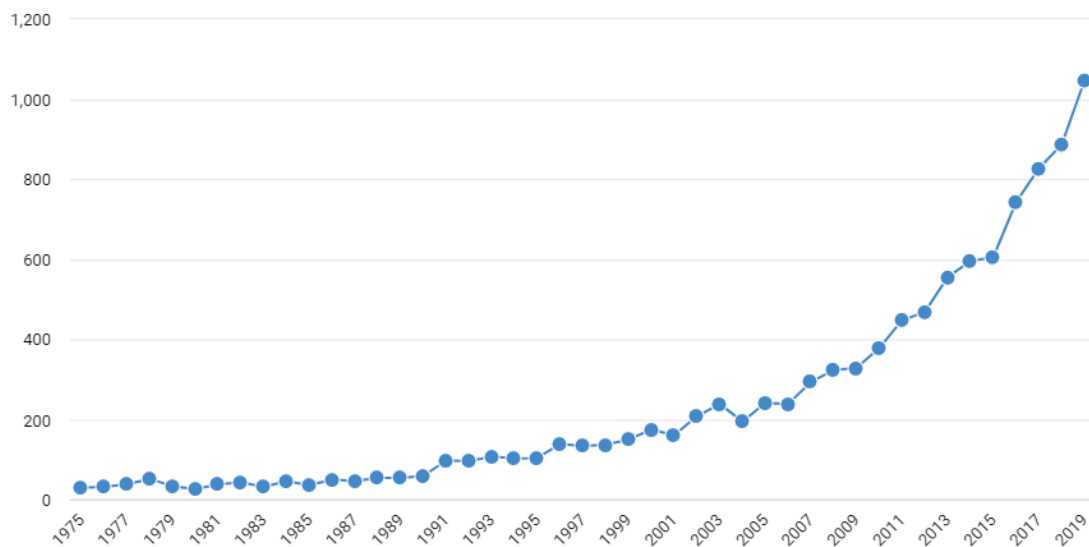
Figura 1: Esquematização do Capítulo 2.



2.1 Aplicações de Pesquisa Operacional em Sistemas de Saúde

Conforme discutido na introdução, apesar de, desde a década de 50, haver publicações de Pesquisa Operacional relacionadas à área de saúde, em anos recentes, houve grande aumento desse número devido à observação de benéficos resultados em termos de melhorias na área (ROYSTON, 2009). A Figura 2 traz gráfico com levantamento de publicações nessa temática entre os anos de 1975 e 2019, na plataforma Dimensions.ai (2020). A partir disso, tanto torna-se clara a tendência de grande aumento no número de publicações observadas quanto o fato de que a temática já tem relevância desde longa data, em linha com o que se observa em Royston (2009).

Figura 2: Número de publicações de Pesquisa Operacional relacionadas à temática de saúde por ano.



Fonte: Dimensions.ai (2020).

A principal diferença entre os trabalhos de Pesquisa Operacional na área da saúde em relação aos estudos aplicados em outros tipos de instituições é o fato de que há diversas circunstâncias sempre presentes, como probabilidade de morte, possibilidade de melhoria na qualidade de vida dos pacientes, preocupação com qualidade dos trabalhadores e equipamentos, e dimensionamento de maquinário e força de trabalho (PIERSKALLA; BRAILER, 1994).

Dentre os temas de maior relevância acadêmica relacionados a estudos dentro dessa área em período recente, encontram-se os seguintes, categorizados dentro de três macrotemas a fim de facilitação de organização (RAIS; VIANA, 2010); (PIERSKALLA; BRAILER, 1994):

- Macrotema de planejamento e estratégia - decisões de horizonte mais longo, buscando entendimento melhor do conjunto de pacientes a serem atendidos, localização e capacidade (número de salas de cada tipo de procedimento e quantidade de leitos). Apresentam importância principalmente devido à limitação de recursos, à vontade de maximizar a satisfação dos pacientes e ao aumento da complexidade das organizações hospitalares (PERERA; PEIRO, 2012).
 - Previsão de demanda, a fim de orientar as demais decisões estratégicas de uma organização de saúde, por meio de modelagens matemáticas como utilização de média móvel ou consideração de tendências e sazonalidades de acordo com o setor considerado. Exemplo de estudo é apresentado por Cote e Tucker (2001), ao comparar quatro métodos de se realizar previsão de demanda, com as devidas vantagens e desvantagens.
 - Problema de localização, considerando tanto a quantidade de centros de tratamento quanto o posicionamento desses centros, a fim de otimizar a máxima cobertura de regiões e o menor deslocamento de pacientes, de profissionais da área de saúde e de equipamentos hospitalares. Exemplo de estudo é apresentado por Or e Pierskalla (1979), ao discutir sobre modelagem para determinação de posicionamento de bancos de sangue.
 - Planejamento de capacidade em organizações hospitalares, considerando decisões estratégicas como qual deve ser o número de pacientes que podem ser atendidos simultaneamente, o tempo médio de espera em fila de acordo com o grau de severidade da doença, a utilização média dos profissionais da área de saúde e a quantidade de equipamentos existentes para cada operação. Exemplo de estudo é apresentado por Isken (2002), trazendo considerações sobre o

número de leitos necessários com base em simulação de demanda.

- Utilização de programação linear para diagnóstico de doenças, aumentando a eficácia dos diagnósticos e prognósticos. Exemplo de estudo é Mangasarian, Street e Wolberg (1995), baseando-se em uma ferramenta desenvolvida e validada para auxiliar na detecção de câncer de pulmão em pacientes de hospitais da Universidade de Wisconsin.
- Macrotema de procedimentos e prevenção na área de saúde - relacionado principalmente aos temas de determinação de diagnóstico, de tratamento e de maneiras de prevenir doenças. Geralmente trata de temas no nível operacional (RAIS; VIANA, 2010).
 - Auxílio no planejamento de tratamentos, com base na minimização de tempo de exposição a tratamentos intensivos, geralmente com foco em radioterapia. Exemplo de estudo com o tema é Shao e Ehrgott (2008), tratando de resolução de problemas com múltiplas funções objetivo e aplicando o modelo para auxílio na radioterapia.
 - Auxílio para decisão de doação e transplante de órgãos, alocando recursos a pacientes em filas de espera, de acordo com a urgência, disponibilidade e probabilidade de não rejeição, a fim de maximizar o bem estar do receptor e o número de receptores. Exemplo de estudo no tema é Segev et al. (2005), com uso de metodologia para pareamento de pares doador-receptor para transplante de rins.
 - Problema da seleção de vacinas, considerando aspectos econômicos, principais patologias existentes e combinações de vacinas, a fim de se maximizar a quantidade de imunizados (caso governamental) ou maximizar a atração de mercado segundo o preço (caso de fabricantes de vacina). Exemplo de estudo é Weniger et al. (1998), trazendo programação linear para otimizar quais vacinas a serem fornecidas (por exemplo, pelo governo) com base em custos, probabilidades de certas doenças e severidade delas.
- Macrotema de gestão operacional e logística - maior dos macrotemas apresentados em termos de relevância acadêmica e número de publicações, caracterizado por modelagens matemáticas a fim de otimizar a gestão de atendimentos, de estoques, de informação e de utilização de recursos como equipamentos, salas e funcionários (PIERSKALLA; BRAILER, 1994).

- Problema de gestão de salas operatórias e especialistas, tratando tanto de cirurgias eletivas quanto de emergenciais, por meio, por exemplo, de simulações envolvendo distintos níveis de urgência e tipos de necessidades. Exemplo de estudo no tema é Dexter et al. (1999), com modelagem a fim de maximizar a utilização de salas de cirurgia com base em previsão de demanda.
- Otimização de dimensionamento de estoques, considerando a importância de determinados produtos, tal como o nível de serviço desejado, tempo de reposição, espaço ocupado e previsão de demanda calculada, assim resultando no ponto ótimo de estoque de segurança a se ter. Caunhye, Nie e Pokharel (2012) apresenta estudo de revisão sobre trabalhos relacionados a esse tema.
- Programação de consultas e procedimentos, envolvendo a melhor sequência de pacientes a serem atendidos dentro de cada especialidade médica a fim de maximizar a satisfação do paciente, diminuindo tempo de espera. Exemplo de estudo no tema é dado por Garg et al. (2012), buscando minimização do tempo de estadia de pacientes em determinado hospital.
- Problema de roteamento e agendamento de atendimento da área de saúde em domicílio, definido como um caso particular do problema de roteamento de veículos (LAPORTE, 1992), no qual um conjunto de pacientes se encontra espalhado em área geográfica, com necessidades de serviços de cuidados médicos, como exemplo, visitas em domicílio, e precisam ser visitados por um profissional dessa área. Como complicadores, há restrições de continuidade de cuidados, implicando em quantidade restrita de cuidadores que podem atender cada paciente, dependências temporais, restrições impostas pelo paciente por características de afinidade e restrições de conjunto de habilidades dos médicos envolvidos nos serviços (CISSÉ et al., 2017).
- Apoio a decisões em cadeias de suprimento, por meio de modelos que se assemelham a um problema de transbordo, no qual têm-se pontos de suprimento, que apenas podem enviar recursos, pontos de demanda, que apenas recebem recursos e pontos de transbordo, que tem dupla atuação (WINSTON; GOLDBERG, 2004). Exemplo de estudo no tema é dado por Hamdan e Diabat (2020), com modelagem buscando maneira ótima de *design* de cadeias de suprimento de sangue para conseguir absorver impactos de desastres como furacões, tornados, terremotos, guerras, pandemias e enchentes, otimizando o tempo de entrega para áreas necessitadas e considerando a variabilidade da doação de sangue durante esses períodos e minimizando custos.

- Temática relacionada a problemas de planejamento de força de trabalho, tratando da melhor alocação e dimensionamento de equipes a fim de se realizarem tarefas específicas relacionadas a Sistemas de Saúde (BRUECKER et al., 2015). Por ser foco deste TF, dar-se-á maior evidência a esse tema na próxima seção do capítulo, apresentando diferentes estudos e particularidades dessa área.

A Tabela 1 consolida as considerações acerca da seção em questão.

Tabela 1: Consolidação esquemática da Seção 2.1 do TF.

Macrotema	Temáticas envolvidas	Exemplo de estudo sobre a temática
Planejamento e estratégia	Previsão de demanda	Cote e Tucker (2001)
	Problema de localização	Or e Pierskalla (1979)
	Planejamento de capacidade	Isken (2002)
Procedimentos e prevenção	Diagnósticos de doenças	Mangasarian, Street e Wolberg (1995)
	Planejamento de tratamento	Shao e Ehr Gott (2008)
	Decisão de doação e transplante de órgãos	Segev et al. (2005)
	Seleção de vacinas	Weniger et al. (1998)
Gestão operacional e logística	Gestão de salas operatórias e de especialistas	Dexter et al. (1999)
	Otimização de dimensionamento de estoques	Caunhye, Nie e Pokharel (2012)
	Programação de consultas e procedimentos	Garg et al. (2012)
	Apoio a decisões em cadeias de suprimentos	Hamdan e Diabat (2020)
	Planejamento de força de trabalho	Bruecker et al. (2015)

Fonte: O autor.

2.2 Planejamento de Força de Trabalho

A temática abordada nesse TF é um caso particular, aplicado à área médica, de um dos problemas tratados no tema de Planejamento de Força de Trabalho¹, de modo que é interessante apresentar inicialmente as definições e motivações do caso mais geral para posteriormente discutir as especificidades e aplicações dentro de organizações hospitalares, particularizando até chegar ao Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos (PGETM), o qual será o ponto focal deste estudo.

A motivação de se realizarem estudos nessa área se dá principalmente por fatores econômicos, como a existência de limitação de recursos por parte das organizações e busca por máxima competitividade, obtida pela otimização de decisões gerenciais nessa área. Uma pequena redução nos custos com mão de obra pode ser decisiva para a longevidade de uma organização (BERGH et al., 2013). Além disso, preocupações com um bom nível de serviço e o fato de que a complexidade de decisões gerenciais sobre o assunto aumenta vertiginosamente quando se aumentam o conjunto de atividades a serem exercidas e requisitos de habilidade, são fatores que também motivam a produção acadêmica nessa área (BRUECKER et al., 2015).

Em termos de gestão, o Planejamento de Força de Trabalho se insere na esfera de gestão de recursos humanos e melhoria contínua, possuindo suporte em *softwares* de Planejamento de Recursos da Empresa² e considerando principalmente os seguintes fatores (ANDERSON, 2004):

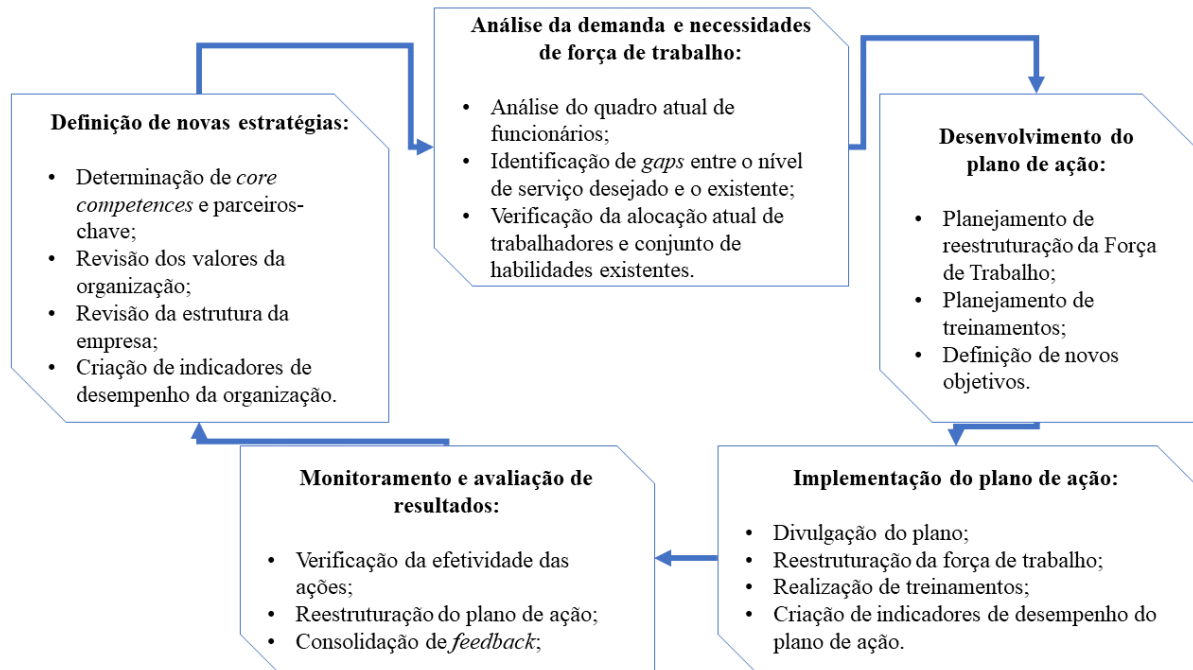
- Entendimento do perfil dos trabalhadores atuais da organização, potencial de crescimento e aprimoramento de habilidades e de maturidade;
- Previsão das necessidades futuras considerando o ecossistema no qual a empresa se insere;
- Identificação de *core competences* e estratégias a serem aprimoradas e desenvolvidas;
- Alinhamento dos interesses da organização com os funcionários, a fim de aumento de engajamento e melhoria de comunicação;
- Conversão das estratégias em contratações, demissões e treinamentos a serem realizados.

¹Tradução para o termo *Workforce Planning*.

²Tradução para o termo *Enterprise Resource Planning*.

A Figura 3 retrata, do ponto de vista gerencial, a aplicabilidade do Planejamento de Força de Trabalho e sua inserção no contexto de melhoria contínua em uma organização (COTTEN, 2007).

Figura 3: Diagrama de Planejamento de Força de Trabalho.



Fonte: Cotten (2007) p.54.

Com relação ao objeto de estudo para a Pesquisa Operacional, tem-se o foco em dois aspectos: a Determinação do Contingente de Trabalho³ e a Alocação de Funcionários⁴ (BRUECKER et al., 2015). O primeiro aspecto trata da decisão estratégica do tamanho e composição da equipe de trabalho, geralmente com foco em grandes horizontes temporais. Já o segundo trata da determinação de turnos de trabalho de cada profissional, pressupondo determinação temporal e conjunto de atividades a serem executadas, geralmente com foco em horizontes menores de tempo, como semanas ou meses. Apesar de serem potencialmente tratados de forma conjunta, esses dois aspectos são independentes, cada qual com suas particularidades na modelagem e utilidade para apoio em decisões gerenciais (BELIËN et al., 2013).

Uma observação final relevante é que alguns estudos apresentam um terceiro foco dentro do tema, para questões de horizonte operacional de curto/curtíssimo prazo que lidam

³Tradução para o termo *Staffing*.

⁴Tradução para os termos *Scheduling/Rostering*.

com realocações ocasionais de turnos⁵ previamente definidos (MUNDSCHENK; DREXL, 2007). Isto ocorre principalmente devido ao fato de que incertezas, em se tratando de recursos humanos, são muito comuns, de modo que há uma lacuna entre o planejado e o que de fato ocorre no cotidiano (BARD; MORTON; WANG, 2007). A Tabela 2 traz comparação entre os horizontes de tempo com que cada foco lida.

Tabela 2: Relação entre temáticas que compõem o Planejamento de Força de Trabalho.

Foco	Nível de atuação	Horizonte temporal
Determinação de Contingente de Trabalho	Estratégico	Semestres/Anos
Alocação de Funcionários	Tático	Semanas/Meses
Realocação Ocasional de Turnos	Operacional	Horas/Dias

Fonte: Mundschenk e Drexl (2007).

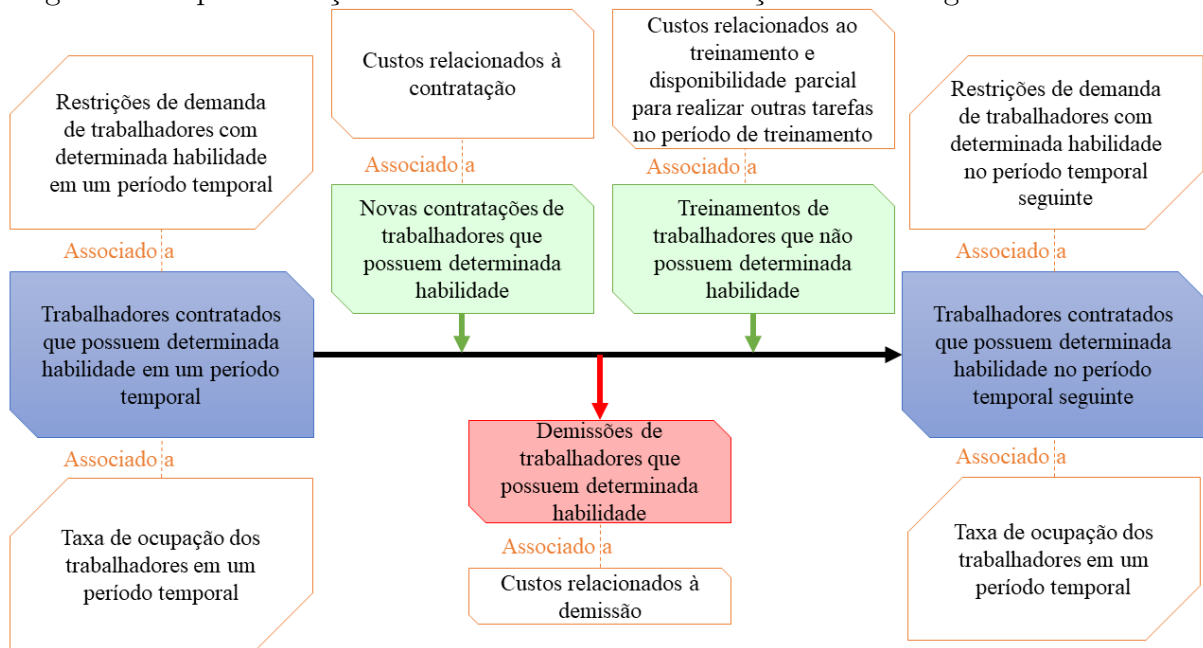
Com a finalidade de manter a clareza e concisão deste TF, serão enfatizados apenas as duas primeiras temáticas, e considerações acerca de realocações serão, se necessário, tratadas junto com a criação de turnos de trabalho. As duas próximas subseções tem por objetivo apresentar as peculiaridades desses dois problemas, considerações sobre a modelagem geral e aplicabilidade.

2.2.1 Problema de Determinação do Contingente de Trabalho (PDCT)

Conforme mencionado previamente, o PDCT trata da decisão estratégica de contratações, demissões, gestão de funcionários e aprimoramento de habilidades via treinamento ou *job rotation*, a fim de otimizar o dimensionamento do quadro de funcionários de uma organização para que todas as atividades necessárias sejam realizadas com um bom desempenho (BRUECKER et al., 2015). Uma esquematização simplificada das considerações que guiam a definição do problema é apresentada na Figura 4, com as interações entre variáveis e restrições.

⁵Tradução para o termo *Relocation*.

Figura 4: Esquemática do Problema de Determinação do Contingente de Trabalho.



Fonte: O autor, com base no modelo proposto por Wirojanagud et al. (2007).

Em termos de modelagem genérica do problema, versões mais recentes da literatura trazem programação inteira mista considerando aspectos econômicos de contratação, demissão, níveis de habilidade para cada necessidade de atividade e tempo de treinamento para aprimoramento dessas habilidades, buscando minimização de custos, sujeito a restrições de demanda e requisitos de habilidade para desempenho das atividades a cada período definido (WIROJANAGUD et al., 2007). As decisões giram em torno de quantos trabalhadores devem ser contratados, demitidos, treinados para aprimoramento de habilidades a cada período de tempo. Para finalidades de ilustração do problema, encontra-se a seguir o modelo que o traduz, definido por Wirojanagud et al. (2007), com as Tabelas 3 e 4 trazendo definições e o conjunto de expressões descritivas do modelo.

Tabela 3: Índices, conjuntos e parâmetros para modelo de PDCT.

Elemento	Descrição
i	Índice de cada habilidade para realização de tarefas
g	Índice de nível de habilidade
α	Conjunto de habilidades antes de treinamento
β	Conjunto de habilidades após o treinamento
M	Número de habilidades contempladas
S	Todos os subconjuntos não vazios de habilidades
A	Tempo disponível de trabalho para cada período
T	Número de períodos considerados
G	Número de níveis de habilidade
$h_{\alpha g}^t$	Custo de contratar um trabalhador de nível g com conjunto de habilidades α no período t
$c_{\alpha\beta g}^t$	Custo de treinar um trabalhador de nível g do conjunto de habilidades α para β no período t
$s_{\alpha g}^t$	Salário de um trabalhador de nível g com conjunto de habilidades α no período t
$f_{\alpha g}^t$	Penalidade ao se demitir um trabalhador de nível g com conjunto de habilidades α no período t
p_i^t	Penalidade por deixar de satisfazer uma unidade de produção com habilidade α no período t
y_{gi}	Produtividade de um trabalhador de nível g na habilidade i , valor entre 0 e 1
$\lambda_{\alpha g}$	Produtividade de treinamento de trabalhador recém contratado de nível g com conjunto de habilidade α
$\gamma_{\alpha\beta t}$	Produtividade de um trabalhador em treinamento do conjunto de habilidades α para β no período t
ω_i^t	Demanda pela habilidade i no período t (em horas e trabalho por período considerado)

Fonte: Wirojanagud et al. (2007).

Tabela 4: Variáveis de decisão para modelo de PDCT.

Variável	Descrição
$U_{\alpha g}^t$	Número de trabalhadores de nível g com conjunto de habilidades α contratados no período t
$X_{\alpha\beta g}$	Número de trabalhadores de nível g com conjunto de habilidades α treinados ao nível β no período t
$\zeta_{\alpha g}^t$	Número de trabalhadores de nível g com conjunto de habilidades α no período t
$W_{\alpha g}^t$	Número de trabalhadores de nível g com conjunto de habilidades α demitidos no período t
Z_i^t	Número de horas de atividade não realizadas com requisito i no período t
$Y_{\alpha g t}^t$	Número de trabalhadores de nível g com conjunto de habilidades α alocados no período t

Fonte: Wirojanagud et al. (2007).

Um modelo genérico para o PDCT é apresentado a seguir:

$$\min \sum_{t \in T} \left[\sum_{g \in G} \left(\sum_{\alpha \in S} h_{\alpha g}^t * U_{\alpha g}^t + \sum_{\beta \in S} \sum_{\alpha \in \beta} (c_{\alpha\beta g}^t * X_{\alpha\beta g}^t) \right) + \sum_{\alpha \in S} s_{\alpha g}^t * \zeta_{\alpha g}^{t-1} + \sum_{\alpha \in S} f_{\alpha g}^t * W_{\alpha g}^t \right] + \sum_{i \in M} p_i^t * Z_i^t \quad (2.1)$$

$$A \left[\sum_{g \in G} \sum_{\alpha: i \in \alpha \in S} y_{gi} * Y_{\alpha gi}^t \right] + Z_i^t = \omega_i^t \quad \forall i \in \{1, \dots, M\}, \quad \forall t \in T \quad (2.2)$$

$$\sum_{\beta: \beta \subset \alpha} X_{\alpha\beta g}^t + W_{\alpha g}^t \leq \zeta_{\alpha g}^{t-1} \quad \forall g \in G, \quad \forall t \in T, \quad \forall \alpha \in S \quad (2.3)$$

$$\zeta_{\alpha g}^{t-1} + \lambda_{\alpha g} * U_{\alpha g}^t + \sum_{v: v \subset \alpha} \delta_{v\alpha g} * X_{v\alpha g}^t - \sum_{\beta: \alpha \subset \beta} X_{\alpha\beta g}^t - W_{\alpha g}^t \geq \sum_{i \in \alpha} Y_{\alpha gi}^t \quad \forall g \in G, \quad \forall t \in T, \quad \forall \alpha \in S \quad (2.4)$$

$$\zeta_{\alpha g}^t = \zeta_{\alpha g}^{t-1} + U_{\alpha g}^t + \sum_{v: v \subset \alpha} X_{v\alpha g}^t - \sum_{\beta: \alpha \subset \beta} X_{\alpha\beta g}^t - W_{\alpha g}^t \quad \forall g \in G, \quad \forall t \in T, \quad \forall \alpha \in S \quad (2.5)$$

$$U_{\alpha g}^t, X_{\alpha \beta g}^t, W_{\alpha g}^t \in \mathbb{Z}_+ \text{ e } \zeta_{\alpha g}^{t-1}, Z_i^t, Y_{\alpha gi}^t \geq 0 \quad (2.6)$$

A função objetivo (2.1) trata da minimização dos custos totais levando em consideração T períodos, contemplando contratações, treinamentos, salários, demissões e perdas de produção/produtividade. Já com relação às restrições, tem-se (WIROJANAGUD et al., 2007):

- A restrição (2.2) garante a satisfação da demanda e delimitação do número de unidades de produção perdidas em cada período;
- A restrição (2.3) garante a continuidade do número de trabalhadores com um determinado nível de habilidade em uma atividade, considerando treinamentos, demissões e contratações;
- A restrição (2.4) garante que o número de tarefas realizadas seja menor ou igual ao número de trabalhadores que sabem executá-las;
- A restrição (2.5) trata do balanceamento de funcionários entre diferentes períodos, considerando também os treinamentos realizados;
- A restrição (2.6) define o domínio das variáveis do problema.

Como comentário do modelo apresentado, é interessante notar que simplificações ou mesmo casos de pouca complexidade (em termos de números de trabalhadores, demanda e períodos temporais considerados) podem ser resolvidos com programação inteira e métodos heurísticos (FOWLER; WIROJANAGUD; GEL, 2008).

Por fim, como aplicabilidade de modelos similares ao apresentado, a título de ilustração e revisão da literatura sobre o problema, têm-se as publicações nas seguintes áreas:

- PDCT aplicado a indústria de impressões – artigo que trata de caso prático na Alemanha sobre o setor de impressões de uma organização, minimizando custo total anual com salários, sujeito à satisfação da demanda de diversas atividades a serem realizadas. O estudo aborda que nem todo trabalhador sabe realizar todas as atividades e há um diferencial no salário caso o trabalhador faça mais de um tipo de tarefa. Não há, porém, consideração do nível de habilidade do trabalhador em cada uma dessas tarefas, simplificando o modelo (MUNDSCHEK; DREXL, 2007);

- PDCT aplicado a *call centers* – publicação que envolve modelo tratando de minimização de custo total associado à alocação de atendentes dessa área em diferentes períodos temporais, sujeito a satisfazer o nível de serviço do atendimento em cada um dos períodos temporais (ATLASON; EPELMAN; HENDERSON, 2008). O nível de serviço é tratado como variável associada ao tempo máximo que se deseja para a finalização de ao menos 80% das ligações realizadas, que pode variar de acordo com o horário, dia da semana e se é ou não feriado, por exemplo;
- PDCT aplicado a projetos de desenvolvimento de *software* – estudo que trata de dimensionamento de grupo de programadores de *softwares*, trabalhadores que possuem características peculiares que os diferenciam dos outros grupos anteriormente citados, uma vez que há uma flexibilidade e rotatividade maior nessa atividade. O modelo trazido por Barreto, Barros e Werner (2008) traz diferentes opções de função objetivo, observando as alterações em soluções factíveis de acordo com a escolha feita da função, como exemplo, a minimização de custo total com salário no período de desenvolvimento, a máxima qualificação da equipe, o menor tempo para finalização de um projeto ou o máximo balanceamento de habilidades dentro de membros da equipe. No estudo, restrições consideram que cada tarefa a ser realizada e cada programador tem um determinado nível de habilidade, sendo que um trabalhador só pode ser alocado para uma tarefa caso tenha, no mínimo, o nível de habilidade que a tarefa requer;
- PDCT aplicado à área da saúde – aproximando-se mais da temática deste TF, a aplicação desse problema em Sistemas de Saúde é bastante rica, uma vez que tem-se correlação entre a quantidade de profissionais da saúde contratados, nível de serviço e menor taxa de mortalidade dentro de organizações hospitalares (WEST et al., 2014). Como exemplos de estudos e peculiaridades de cada um, têm-se os seguintes:
 - Modelagem do PDCT na área de enfermagem considerando contratações de período integral, meio-período, diferentes habilidades/especializações e possibilidade de horas extras para trabalhadores de período integral, sujeito a restrições de demanda de cuidado de cada paciente, considerando diferentes necessidades de cuidado (BRUSCO; SHOWALTER, 1993).
 - Aplicação de modelagem matemática do PDCT para determinação de número ideal de enfermeiros de dois hospitais brasileiros e criação de *software* de apoio associado ao modelo. A publicação traz considerações de legislação locais e de importância e benefícios de se ter uma margem para satisfação da demanda e

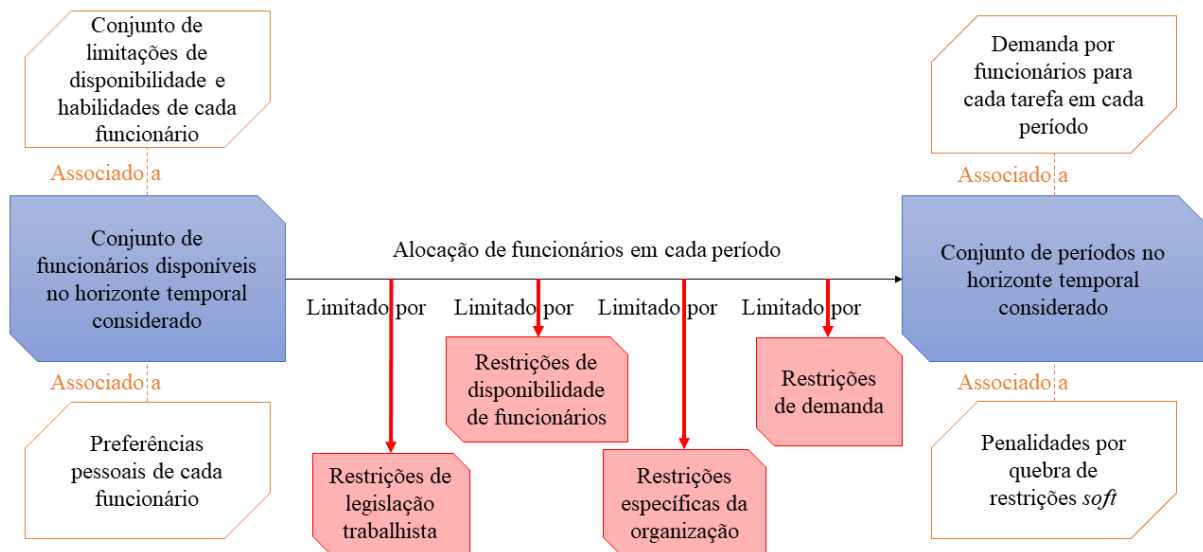
garantia de boa qualidade de serviço prestado (RESPICIO et al., 2018).

- Dimensionamento de médicos considerando abstenções e demanda como variáveis probabilísticas, em contraposição à aplicação de modelos determinísticos. A temática aborda a minimização do custo de contratação de profissionais adicionais temporários considerando ganhos potenciais que são trazidos por se ter maior força de trabalho disponível associados à probabilidade de serem necessários para atender a demanda (RYU; JIANG, 2019). Torna-se bastante relevante apresentar a possibilidade de tratar o assunto de dimensionamento de força de trabalho junto à programação estocástica, uma vez que a incerteza de fato permeia essas decisões.

2.2.2 Problema da Alocação de Funcionários (PAF)

Conforme introduzido anteriormente, a temática do PAF está inserida no nível tático, com decisões que impactam semanas ou meses, no que diz respeito à criação de turnos de trabalho e à alocação temporal de funcionários dentro desses. O problema trata de satisfazer restrições de necessidade de cumprimento da demanda em cada um desses períodos e restrições relacionadas a aspectos legislatórios e específicos de acordo com cada tipo de organização, além de buscar a máxima satisfação de funcionários com relação aos turnos gerados, o que faz com que, dependendo do ramo da organização, a modelagem apresente particularidades em relação a um modelo geral do problema (ERNST et al., 2004b). Tal modelo geral basicamente busca garantir a alocação de funcionários em cada período temporal, sujeito a restrições que variam conforme legislação e contexto organizacional. Ressalta-se que há o pressuposto de que a organização já tenha o conjunto de trabalhadores contratados definido, processo esse tratado na última subseção. A Figura 5 apresenta esquematização simplificada dos atributos que guiam o modelo genérico do PAF.

Figura 5: Esquematização do Problema de Alocação de Funcionários.



Fonte: O autor.

Vale como adendo, uma vez que se menciona pela primeira vez neste TF, definir a diferença entre restrições *hard* e *soft*. A primeira é caracterizada pelo seu caráter mandatório, de modo que a não satisfação de uma restrição desse tipo implica infactibilidade da solução. Já a segunda é caracterizada não por gerar infactibilidade, mas por associar uma penalidade ao seu não cumprimento, de forma que a função objetivo busque a minimização das penalidades associadas.

Por ser um problema bem amplo, diversas divisões de classificação para o PAF são possíveis de acordo com o foco que se quer fornecer ao se tratar do assunto. Nas publicações de revisão de Bergh et al. (2013), Ernst et al. (2004a) e Ernst et al. (2004b), as seguintes divisões de classificação são trazidas:

- a) Divisão segundo tipo de atividade - criando quatro categorias ligadas ao fato das atividades terem características de serem:
 - Previamente planejadas, como em hospitais e centros policiais;
 - Dependentes de flutuação de demanda, como em centros de distribuição e serviço de atendimento a clientes;

- Centradas em mobilidade, como em transportadores de carga;
 - Centradas em projeto, como em consultorias e desenvolvimento de *softwares*.
- b) Divisão segundo características dos funcionários e tipos de turno - diferenciando problemas que envolvem trabalhadores de meio período e turnos de estabelecimentos que devem funcionar de forma contínua, por exemplo;
- c) Divisão segundo conjunto de restrições abordadas - relacionando com amplo conjunto de restrições do tipo *hard* e *soft* para o enriquecimento do modelo e aproximação da realidade;
- d) Divisão segundo métodos de solução empregados - variando desde programação linear e inteira até heurísticas e simulações;
- e) Divisão segundo área de aplicação - levando em conta peculiaridades com relação às áreas de atuação como vendas, *call centers*, aviação e área médica, por exemplo.

Em termos de modelagem genérica, sem inclusão de restrições específicas do tipo de organização, tem-se na literatura modelo proposto por Brucker, Qu e Burke (2011), considerando divisão do horizonte de planejamento em diversos sub períodos, disponibilidade parcial de trabalhadores, restrições de habilidade para a realização de tarefas, satisfação da demanda e incorporação de penalidades associadas ao custo de alocação de um funcionário para determinada tarefa em determinado turno. Para ilustração, a Tabela 5 traz os conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão que definem o modelo (BRUCKER; QU; BURKE, 2011).

Tabela 5: Definição de índices, conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo de Brucker, Qu e Burke (2011).

Elementos	Descrição
$[0, T]$	Horizonte de planeamento, a ser subdividido em múltiplos períodos
$t \in \{0, 1, \dots, T - 1\}$	Períodos do horizonte de planeamento para determinação de demandas
$j \in \{1, 2, \dots, m\}$	Sendo j cada tarefa a ser realizada em cada período e m o número total de tarefas
$e \in E, E = n$	Sendo e cada funcionário, E o conjunto de todos os funcionários e n o total
Q_e	Subconjunto de atividades que o funcionário e consegue desempenhar
P_{ejt}	Subconjunto de todos os padrões de trabalho π_{jt} que são factíveis para o trabalhador e
D_{jt}	Demanda da tarefa j para o período t
W_{et}	Vetor com valor unitário caso o funcionário e esteja disponível no período correspondente e 0 caso não
π_{jt}	Padrão de trabalho, representado por vetor com valor unitário caso a tarefa j deva ser desempenhada no período correspondente e 0 caso não
$x_{e\pi} \in P_{ejt}$	Variável de decisão com valor unitário caso o funcionário e realize o padrão π e 0 caso não
$c_{e\pi}$	Custos associados à atribuição do padrão de trabalho π_{ejt} , incluindo penalidades por violações de restrições <i>soft</i>

Fonte: Brucker, Qu e Burke (2011).

Um modelo genérico para o PAF é apresentado a seguir:

$$\min \sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} c_{e\pi} * x_{e\pi} \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{\pi \in P_e} x_{e\pi} \leq 1, \quad e \in E \quad (2.8)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} \pi_{jt} * x_{e\pi} \geq D_j(t), \quad \forall (j, t) \quad (2.9)$$

$$x_{e\pi} \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E, \pi \in P_e \quad (2.10)$$

A função objetivo (2.7) trata da minimização dos custos (consequentemente, das penalidades), sujeito às seguintes restrições:

- A restrição (2.8) garante que cada funcionário só seja atribuído a no máximo um padrão de trabalho;
- A restrição (2.9) garante satisfação da demanda para todas as atividades em todos os períodos;
- Finalmente, a restrição (2.10) define o domínio das variáveis do problema.

Uma vez que a finalidade deste TF será tratar um caso particular de PAF aplicado à área médica, adotar-se-á a classificação e) (mencionada anteriormente), utilizada também por Bergh et al. (2013), ideal para discutir diferenças na construção do modelo e incorporação de restrições de acordo com o segmento considerado. Assim como feito na subseção anterior, escolheu-se por apresentar estudos para demonstrar a peculiaridade de alguns desses segmentos, até se chegar nas especificidades da área foco do TF (médicos/enfermeiros). Além da área foco, foram observadas as áreas de *call centers*, vendas e manufatura, por apresentarem diferenças interessantes a serem discutidas.

Dentro do segmento de *call centers*, há a incorporação de modelo de previsão de demanda e busca por manutenção de mínimo de nível de serviço, considerando a variabilidade tanto da disponibilidade de funcionários quanto do tempo esperado para um atendimento e tempo esperado máximo no qual um cliente espera na fila até que desligue a ligação. O modelo contempla minimização de custos, sujeito ao atendimento da demanda, considerando o nível de serviço desejado e restrições trabalhistas, de habilidades e de disponibilidade dos trabalhadores (AVRAMIDIS et al., 2010).

Dentro do segmento de vendas, há a incorporação de modelos de previsão não de demanda, mas sim de receita gerada, fator influenciado pelo número de funcionários alocados, tráfego de clientes no interior da loja e propensão a compras (por exemplo, em feriados comemorativos, há maior propensão). A função objetivo desse modelo trata da maximização de receita, com restrições de legislação trabalhista e de requisitos de

habilidades e disponibilidade dos trabalhadores (CHAPADOS; JOLIVEAU; ROUSSEAU, 2011).

Dentro da área de manufatura, na publicação de Azmat, Hürlimann e Widmer (2004), já são apresentadas restrições mais específicas de legislação de máximo de horas possíveis de trabalho, máximo número de horas extras e incorporação de feriados e férias de ao menos 15 dias. Além disso, a função objetivo difere das anteriores por não se preocupar diretamente com quantias financeiras, mas sim com o máximo balanceamento de carga total entre os trabalhadores. Outra diferença observada foi o horizonte de planejamento de um ano, consideravelmente superior ao usual para o PAF.

Finalmente, para a área de saúde, um caso específico do PAF é o Problema da Geração de Escalas de Trabalho para Médicos (PGETM), foco deste TF, que será devidamente definido e especificado na próxima seção. Para se ter uma dimensão da importância desse assunto, a Tabela 6, feita a partir da revisão de Bergh et al. (2013), apresenta a proporção das diversas áreas de aplicação das publicações revisadas nessa revisão. Observa-se que 26% dos estudos tratam do assunto, sendo o de maior número de publicações dentro do tema, com mais do que o dobro de publicações do que o segundo maior.

Tabela 6: Contabilização de estudos na temática de Alocação de Funcionários.

Área de aplicação	Publicações revisadas	Porcentagem
Médicos/Enfermeiros	64	26%
Serviços em geral	25	10%
Modelagem geral	25	10%
Manufatura	24	10%
Outros na área de saúde	23	9%
<i>Call centers</i>	22	9%
Transportes - aviação	16	7%
Outros	13	5%
Transportes em geral	10	4%
Transportes - ferroviário	6	2%
Proteção/Emergência	6	2%
Vendas	5	2%
Militar	4	2%
Transporte - ônibus	2	1%
Total	245	100%

Fonte: Bergh et al. (2013).

2.3 Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos (PGETM)

O Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos, conforme mencionado na seção anterior, tem enorme relevância dentro do Planejamento de Força de Trabalho, principalmente pela preocupação com a retenção de profissionais na área, melhoria da percepção de qualidade do serviço por parte dos clientes, e auxílio à gerência na medida em que grande parte dos turnos de trabalho são gerados manualmente pelos gestores e a primeira solução manual encontrada é adotada sem garantia de otimização (BURKE et al., 2004).

Torna-se importante uma consideração inicial sobre as diversas classificações dentro dessa área, na medida em que, alguns autores fazem a distinção entre o Problema de Alocação de Médicos⁶ (PAM) e de Enfermeiros⁷ (PAE). Tal divisão se dá principalmente por considerar que os turnos de médicos estão limitados por questões mais de preferência pessoal enquanto que os turnos de enfermeiros são mais sujeitos a resoluções que valem para o grupo como um todo. Além disso, a divisão também se dá por ter-se usualmente mais restrições *soft* em estudos com médicos (GUNAWAN; LAU, 2013).

Apesar disso, encontram-se diversos estudos dentro da área de enfermagem com considerações de preferência pessoal de trabalhadores e grande conjunto de restrições presentes (BURKE et al., 2004), além de existirem estudos com foco no planejamento de médicos que consideram os temas similares a ponto de serem revisados de maneira conjunta aos de enfermeiros, ou de possuírem grande parte de suas restrições em comum (ERHARD et al., 2018) e (WICKERT et al., 2020).

Embora o TF se concentre na alocação de médicos, uma vez postos os argumentos anteriores, e considerando que a temática aplicada à enfermagem tem uma quantidade muito maior de publicações e estudos de revisão, conforme citado por Gunawan e Lau (2013), optou-se, com o objetivo de completude do trabalho, por tratar aspectos tanto do planejamento de enfermeiros quanto de médicos nesta seção e na formulação do PGETM.

Torna-se difícil apresentar modelagem matemática do problema em sua instância mais genérica, devido ao fato de que cada país e instituição médica têm diferentes conjuntos de legislação, de padrões culturais de trabalho e de definições de qualidade de serviço. Ainda assim, há estudos que se dedicaram a modelar o problema de maneira genérica, apresentando basicamente uma estrutura na qual tem-se uma esquematização básica do

⁶Tradução para o termo *Physician Rostering Problem (PRP)*.

⁷Tradução para o termo *Nurse Rostering Problem (NRP)*.

problema e possibilidade de inclusão de mais restrições conforme houver necessidade, como visto em Wickert et al. (2020), e até mesmo múltiplas opções de função objetivo, como visto em Rousseau, Pesant e Gendreau (2002). Com a finalidade de manter boa coesão e evitar repetitividade, não se apresentará nesta seção modelagem genérica de PGETM, uma vez que o capítulo seguinte será destinado a tratar especificamente da sua modelagem.

Por questões de clareza, as Subseções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3 trazem considerações acerca das definições de variáveis, escolha de função objetivo e restrições mais usuais do PGETM, segundo estudos de revisão no tema elaborados por Cheang et al. (2003), Burke et al. (2004) e Erhard et al. (2018).

2.3.1 Definições de Variáveis

Inicialmente, é importante realçar que o conjunto de variáveis é de suma importância para uma boa modelagem e que a motivação que guia a escolha de variáveis para o PGETM se dá, segundo Burke et al. (2004), pela consideração de cinco fatores decisórios:

- Alcance - quão diferentes são as soluções em relação ao desejado;
- Qualidade - quão bem balanceados estão as distribuições de trabalho e turnos indesejáveis;
- Precisão - com que frequência são necessárias mudanças em relação ao proposto;
- Flexibilidade - qual a facilidade em se realizarem mudanças extraordinárias na solução proposta;
- Custos - quais os gastos em termos gerenciais para que se criem os turnos.

Com relação à definição de variáveis e conjuntos a serem utilizados para um problema, tem-se usualmente duas possíveis visões: uma focada no profissional e outra focada no padrão de turnos (CHEANG et al., 2003).

Com relação à visão focada no profissional, as variáveis de decisão utilizadas se relacionam com o médico, dia e turno a ser alocado (se houver), podendo ser a variável inteira ou binária dependendo da formulação, conforme observa-se em (2.11) e (2.12), respectivamente (CHEANG et al., 2003):

$$x_{n,d} = \begin{cases} 0, & \text{caso o médico } n \text{ não trabalhe no dia } d \\ 1, & \text{caso o médico } n \text{ trabalhe no turno da manhã do dia } d \\ 2, & \text{caso o médico } n \text{ trabalhe no turno da tarde do dia } d \\ 3, & \text{caso o médico } n \text{ trabalhe no turno da noite do dia } d \end{cases} \quad (2.11)$$

$$x_{n,d,k} = \begin{cases} 0, & \text{caso o médico } n \text{ não trabalhe no turno } k \text{ do dia } d \\ 1, & \text{caso o médico } n \text{ trabalhe no turno } k \text{ do dia } d \end{cases} \quad (2.12)$$

$n \in N$; sendo N o conjunto de médicos;

$d \in D$; sendo D o conjunto de dias no horizonte de planejamento;

$k \in K$; sendo K o conjunto de turnos a cada dia D .

Já para a visão focada em turnos, tem-se a determinação prévia de conjuntos de turnos estabelecidos (padrões) e apenas se alocam funcionários dentro desses padrões. Assim sendo, a variável de decisão é do tipo binária, relacionando os trabalhadores e padrões, conforme visto em (2.13) (CHEANG et al., 2003).

$$x_{n,p} = \begin{cases} 0, & \text{caso o médico } n \text{ não trabalhe no padrão } p \\ 1, & \text{caso o médico } n \text{ trabalhe no padrão } p \end{cases} \quad (2.13)$$

$n \in N$; sendo N conjunto de médicos;

$p \in P$; sendo P o conjunto de padrões previamente decididos.

Vale o comentário de que esse tipo de visão não possibilita tanta flexibilidade ou incorporação de preferências dos trabalhadores quanto à visão que focaliza o funcionário na decisão. Além disso, em todos os tipos de visão propostos, é possível a inclusão de mais subíndices dependendo da situação em questão, por exemplo, se o modelo contemplar mais de uma localização.

2.3.2 Funções Objetivo e Tipos de Problema

Apesar de o PAF usualmente ter como objetivo a minimização de custos, diversas funções objetivo são possíveis para o PGETM, justamente pelas considerações de busca

por nível de serviço, manutenção de bons funcionários e estratégia da gestão hospitalar. Assim sendo, não necessariamente se modela visando estritamente a redução de custos, mas abrindo a possibilidade para as seguintes necessidades potenciais (BURKE et al., 2004) e (CHEANG et al., 2003):

- Minimização do sub atendimento da demanda;
- Minimização do desvio em relação ao atendimento da demanda;
- Minimização do número de funcionários;
- Minimização dos custos com mão de obra;
- Máximo balanceamento da alocação de funcionários em turnos em finais de semana e feriados;
- Máximo balanceamento da carga de trabalho entre funcionários;
- Máximo atendimento das preferências de funcionários;
- Minimização da penalidade por quebra de restrições *soft*.

Com base na escolha da função objetivo e nos objetivos gerenciais do problema, pode-se modelar o PGETM de três maneiras distintas, a saber: Problema de Satisfação de Restrições⁸; Problema de Otimização⁹ ou Problema de Otimização de Restrições¹⁰ (CHEANG et al., 2003).

A abordagem como Problema de Satisfação de Restrições tem o enfoque em encontrar soluções factíveis para o problema, alterando as variáveis existentes dentro dos valores delimitados e a factibilidade estando sujeita à satisfação de todas as restrições impostas.

Já a abordagem como Problema de Otimização se relaciona mais com os objetivos de minimização ou maximização de fatores sem que haja restrições *soft* na modelagem, como a minimização do sub atendimento da demanda ou a minimização do número de funcionários, por exemplo.

Finalmente, o Problema de Otimização de Restrições busca ambos os tipos anteriores, na medida em que têm-se restrições a serem satisfeitas, porém podem-se atribuir penalidades pela não satisfação de certas restrições e, assim, minimizar essas penalidades.

⁸Tradução para o termo *Constraint Satisfaction Problem*.

⁹Tradução para o termo *Optimization Problem*.

¹⁰Tradução para o termo *Constraint Satisfaction Optimization Problem*.

Vale dizer que essa abordagem é especialmente interessante quando um problema possui grande número de restrições que são conflitantes entre si, como é o caso em situações da realidade hospitalar.

2.3.3 Restrições Contempladas

O aspecto principal que diferencia os estudos dentro do PGETM é o conjunto de restrições a serem abordadas, tal como a divisão entre quais dessas restrições serão *hard* e quais serão *soft*. Já citado anteriormente, porém, reitera-se que as restrições *hard* não podem ser descumpridas e as *soft* podem ser, porém havendo uma penalidade associada que deve ser levada em consideração na modelagem (BURKE et al., 2010).

Isso se relaciona bastante com os diferentes tipos de função objetivo abordados na subseção anterior, na medida em que problemas sem diferenciação de categoria entre restrições não podem atribuir peso por quebra de restrições e torna-se difícil realizar comparação entre duas soluções factíveis caso o problema seja um Problema de Satisfação de Restrições e não haja boa hierarquização da importância das restrições contempladas.

Assim, com base nos conjuntos mais usuais de restrições apresentados, tem-se a consolidação da Tabela 7, com exemplificação de estudos que mencionaram ou se utilizaram das restrições listadas.

Tabela 7: Restrições usuais aplicáveis ao PGETM.

Nº	Restrição	Exemplo de estudo que menciona
1	Satisfação da demanda	Erhard et al. (2018)
2	Não simultaneidade de alocações	Erhard et al. (2018)
3	Descanso após turnos noturnos	Erhard et al. (2018)
4	Descanso após certos padrões de turnos	Erhard et al. (2018)
5	Limite máximo de alocações em turnos do tipo noturno	Erhard et al. (2018)
6	Máximo de alocações no horizonte de planejamento	Erhard et al. (2018)
7	Mínimo de alocações no horizonte de planejamento	Erhard et al. (2018)
8	Estabilidade da rotina	Erhard et al. (2018)
9	Preferências pessoais	Erhard et al. (2018)
10	Limite máximo de dias seguidos de trabalho	Erhard et al. (2018)
11	Mínimo de finais de semana sem alocação	Erhard et al. (2018)
12	Mínimo de dias sem alocação após alocações em finais de semana	Erhard et al. (2018)
13	Alocações de tarefas intensivas	Erhard et al. (2018)
14	Máximo de alocação de turnos em um mesmo dia	Wickert et al. (2020)
15	Máximo número de funcionários alocados para um turno	Wickert et al. (2020)
16	Satisfação de desejos de folgas	Wickert et al. (2020)
17	Habilidade mínima para realização de tarefa	Wickert et al. (2020)
18	Máximo de alocações em finais de semana e feriados	Wickert et al. (2020)
19	Não permissão de certos pares (funcionário, localidade)	Wickert et al. (2020)
20	Sequências em localizações diferentes	Wickert et al. (2020)
21	Mínimo de tempo de não alocação entre duas alocações	Cheang et al. (2003)
22	Mínimo de dias seguidos sem alocação	Cheang et al. (2003)
23	União de alocações nos finais de semana	Cheang et al. (2003)
24	Manutenção de histórico prévio de alocações	Cheang et al. (2003)
25	Balanceamento da carga de trabalho	Burke et al. (2004)

Fonte: Erhard et al. (2018); Wickert et al. (2020); Cheang et al. (2003) e Burke et al. (2004).

Vale o comentário de que, como as restrições presentes podem ser classificadas como *hard* ou *soft* de acordo com o contexto de uso, optou-se por não incluir essa informação na tabela anterior, mesmo que algumas delas, na maioria das vezes, sejam obrigatórias, como satisfação da demanda e não simultaneidade de alocações, por exemplo.

Postas estas considerações acerca da literatura relacionada ao PGETM, as duas próximas seções tratarão de revisar contextos específicos de legislações vigentes e desejos organizacionais para o grupo hospitalar que auxiliou na elaboração deste TF, e soluções de mercado atuais que apoiam na construção de escalas para médicos.

2.4 Contexto de Legislação e Especificidades da Organização Hospitalar do TF

Conforme discutido na seção anterior, o fato que justifica a dificuldade de se modelar o PGETM de maneira genérica se dá porque cada instituição está inserida tanto em um contexto legislativo diferente (nacional ou regional) e porque as regras estipuladas pelos gestores e pelos próprios funcionários acabam tendo muita influência na aderência cotidiana ao turno gerado (ROUSSEAU; PESANT; GENDREAU, 2002). Sendo assim, é de suma importância que se discutam as necessidades legislativas vigentes relativas a médicos (no caso deste TF, para o Estado de São Paulo) e as particularidades organizacionais do hospital, a fim de que a modelagem realizada tenha grande aderência com a realidade.

A Tabela 8 resume a importância de se realizarem as considerações destes dois quesitos para a construção de modelo para o PGETM. Após isso, as duas próximas subseções tratam de especificar estes contextos, já servindo como alicerces da definição do problema específico do TF.

Tabela 8: Consolidação da importância de contextualizações legais e organizacionais para o PGETM.

Esfera	Relevância
Legislação	Respeito às leis trabalhistas
	Determinação de padrões infactíveis
	Diminuição da exposição da organização a processos
Organização Hospitalar	Maior aderência à escala gerada
	Maior retenção de funcionários
	Aumento do bem estar dos funcionários
	Contribuição para melhoria do nível de serviço

Fonte: O autor.

2.4.1 Legislação Vigente Para Regulação da Atividade Médica

Com base no entendimento de que a atividade dos profissionais da área médica é um trabalho vital para a prosperidade da sociedade e que estes são expostos a diversos riscos ocupacionais, o Conselho Regional de Medicina do Estado de São Paulo (CREMESP) estabeleceu em 2000 resolução acerca dos direitos que devem ser garantidos (CREMESP, 2000).

Dentre os pontos abordados, tornam-se relevantes para este trabalho os artigos 1º, 3º e 8º. Vale a anotação de que, uma vez que o TF em questão está sendo realizado com foco em estudo para grupos médicos que atuam dentro do Estado de São Paulo, a modelagem será feita utilizando-se das resoluções do CREMESP, tal como na legislação que está em vigor para regulamentar as atividades do grupo em questão.

O artigo primeiro trata de estabelecer que os direitos do profissional da área médica estão assegurados pela Consolidação das Leis Do Trabalho (CLT), determinada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1 de maio de 1943, servindo então como base para uma série de determinações e restrições a serem consideradas dentro do ambiente jurídico, quando o regime de contratação for CLT. Segundo CREMESP (2000), “Art. 1º - Todos os estabelecimentos ou serviços de saúde devem dispensar aos médicos que lhes prestam serviços as mesmas medidas protetivas estabelecidas na legislação, bem como na presente Resolução e seu Anexo Único, que faz parte integrante desta.”.

Já o artigo terceiro aborda que há ônus por parte de médico coordenador do Programa de Controle Médico em Saúde Ocupacional (PCMSO) de tomar conta da saúde ocupacional dos demais médicos do estabelecimento, o que leva, dentro da instituição, à obrigação por parte do gestor do grupo (que não necessariamente coincide com o médico coordenador do PCMSO) a ter grande preocupação com o bem estar e respeito tanto às preferências dos trabalhadores quanto ao balanceamento de carga de trabalho. Segundo CREMESP (2000), “Art. 3º - O médico Coordenador do Programa de Controle Médico em Saúde Ocupacional (NR nº 7 da Portaria 3.214) dos estabelecimentos de saúde é, também, responsável pela saúde ocupacional dos demais médicos que neles atuem, respeitadas as atribuições e as peculiaridades de cada instância.”.

Finalmente, o artigo oitavo diz respeito à limitação de quantidade consecutiva de horas (convertidas em turnos) as quais um médico pode ter tarefas a ele alocadas. Mais restritivo que esse artigo, conforme discutido no livro de direito trabalhista por DELGADO (2010), em seu capítulo XXIII, acerca do horário de trabalho, é de praxe que se estabeleça que, após turno de 12 horas sem interrupção, um trabalhador não possa ser alocado nas 24 ou 36 horas subsequentes, conhecida informalmente como regra “12-36”. Segundo CREMESP (2000), “Art. 8º - Ficam proibidos plantões superiores a vinte e quatro (24) horas ininterruptas, exceto em caso de plantões à distância.”.

Somando-se à discussão anterior, também tomando como base o fato de que a atividade da medicina contribui para o bem comum da sociedade e de que há grandes riscos em termos de integridade física, psicológica e conseqüentemente de desempenho em não se

respeitar as limitações biológicas desses profissionais, há estudo dedicado à discussão de legislações que auxiliem na garantia de direitos, mesmo quando se tratam de contratações de caráter eventual ou autônoma (ROSA; NOGUEIRA, 2017).

Como levantamentos principais, tem-se que, apesar de possibilidade de alocação de jornadas mais longas do que 12 horas caso seja aprovado via sindicato ou contrato autônomo, a exigência em demasia pode acarretar em indenizações, exemplificando-se o dano em relação ao cansaço excessivo do trabalhador (ROSA; NOGUEIRA, 2017).

Por fim, um argumento não legal, porém igualmente relevante na decisão acerca das restrições a serem consideradas na problematização matemática feita em seção futura deste trabalho, é a de que a exposição a longas jornadas de trabalho, tal como jornadas noturnas, causa menor desempenho cognitivo e maior propensão a decisões equivocadas (ROSA; NOGUEIRA, 2017).

2.4.2 Particularidades da Organização Hospitalar do TF

Com relação às particularidades da organização hospitalar que fornecerá as informações e apoio para o desenvolvimento da definição e modelagem do problema, alguns aspectos relevantes foram levantados por meio de entrevistas realizadas com os gestores dos grupos de médicos em questão, atualmente responsáveis pela geração manual das escalas de trabalho, e que devem ser refeitas mensalmente. São eles:

- Possibilidade de alocação em diferentes localidades (hospitais);
- Possibilidade de alocação em diferentes atividades, isto é, dentro de um mesmo hospital, pode haver necessidade de satisfação da demanda no Pronto Socorro e no Centro Obstétrico, por exemplo;
- Incorporação de preferências dos médicos no modelo;
- Incorporação de restrições específicas, como exemplo, um médico não poder trabalhar no Pronto Socorro de um dos hospitais;
- Balanceamento da quantidade de horas de trabalho;
- Restrição do número máximo de alocações dentro do período;
- Priorização da padronização a fim de facilitação da aderência, isto é, se possível priorizar a recorrência semanal ou quinzenal de padrões de alocação.

Torna-se relevante que esses pontos levantados e as restrições de legislação existentes são aspectos a serem considerados na definição do problema, de modo a tentar da melhor maneira uni-los para a geração de um modelo com boa aderência.

A seção seguinte continua com o mesmo objetivo de levantamento de informações para refinar o PGETM a fim de apresentar posteriormente a definição do problema específico e a sua modelagem.

2.5 Soluções Atuais de Gestão Para Criação de Escalas de Trabalho na Área Médica

O entendimento de quais recursos ou *softwares* de gestão de escalas de trabalho estão atualmente sendo utilizados por gestores e profissionais da área médica é primordial para a modelagem do problema. Isso se explica porque o modelo deve ser capaz de gerar solução similar ou melhor que as soluções atuais empregadas com base em entradas similares de dados. Caso não se tenha a facilidade de uso do sistema a ser gerado, a aderência por parte de gestores e trabalhadores pode ser baixa, uma vez que a interface com usuário é fator determinante para a aplicabilidade de um *software* (DRAY, 1995).

Assim sendo, com base em conversas com coordenadores de grupos médicos e pesquisas de mercado sobre o assunto, revisaram-se seis soluções atuais de apoio para geração de escalas de trabalho no mundo, tanto aplicações gratuitas quanto pagas. Uma vez não sendo a intenção do estudo se alongar em cada uma delas, optou-se por manter a concisão e não criar subseção para cada solução, mas apenas apresentar de maneira clara e comentar brevemente os diferenciais ou pontos de melhoria de cada uma.

Têm-se, então, os seguintes *softwares* de apoio para criação e gestão de escalas:

I. DoctorID

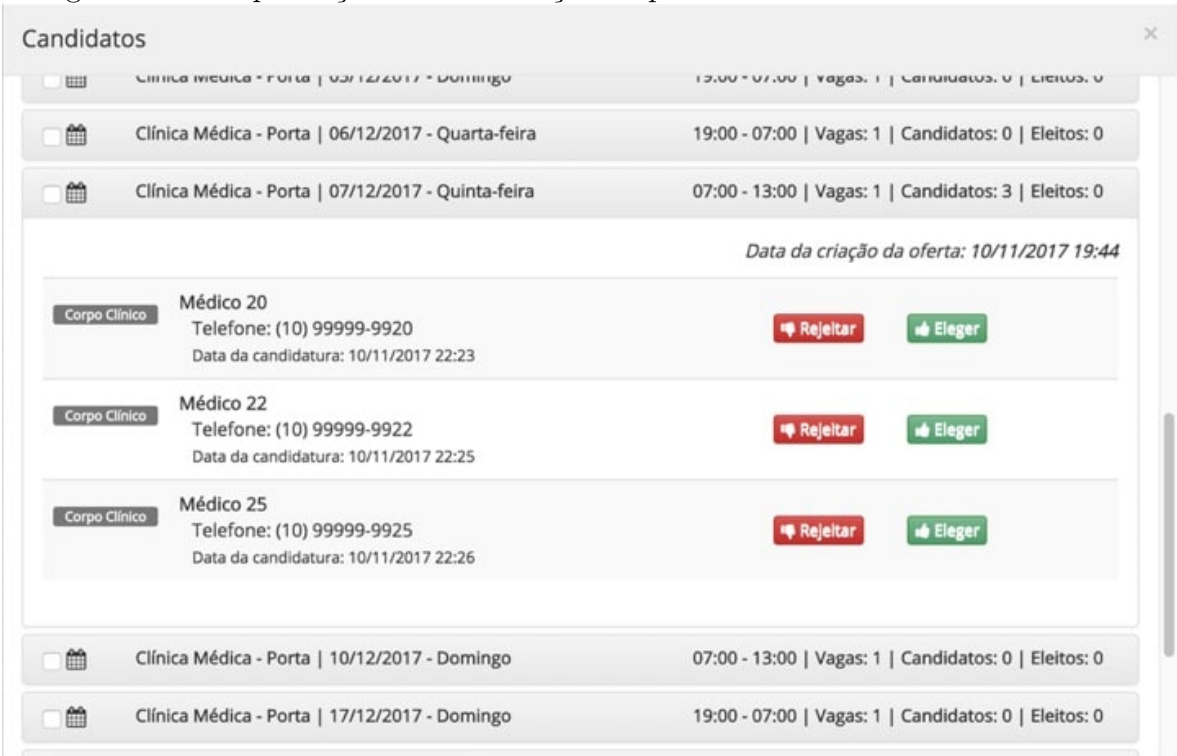
O *software* pago DoctorID se encontra como um dos mais conhecidos entre gestores de áreas médicas, justamente por buscar uma grande integração entre diversos aspectos de gestão, como a geração de escalas de maneira automatizada ou manual com auxílio de especialistas, controle do acompanhamento diário, pagamento, eventuais necessidades de troca e integração com outros sistemas gerenciais da organização, por meio de relatórios. As Figuras 6 e 7 trazem, respectivamente, imagens de exemplo de escalas geradas e de processo de substituição de plantões devido a uma falta não programada de médico em um período.

Figura 6: Exemplificação da escala gerada com a ferramenta DoctorID.



Fonte: DoctorID (2020).

Figura 7: Exemplificação da substituição de plantões com a ferramenta DoctorID.



Fonte: DoctorID (2020).

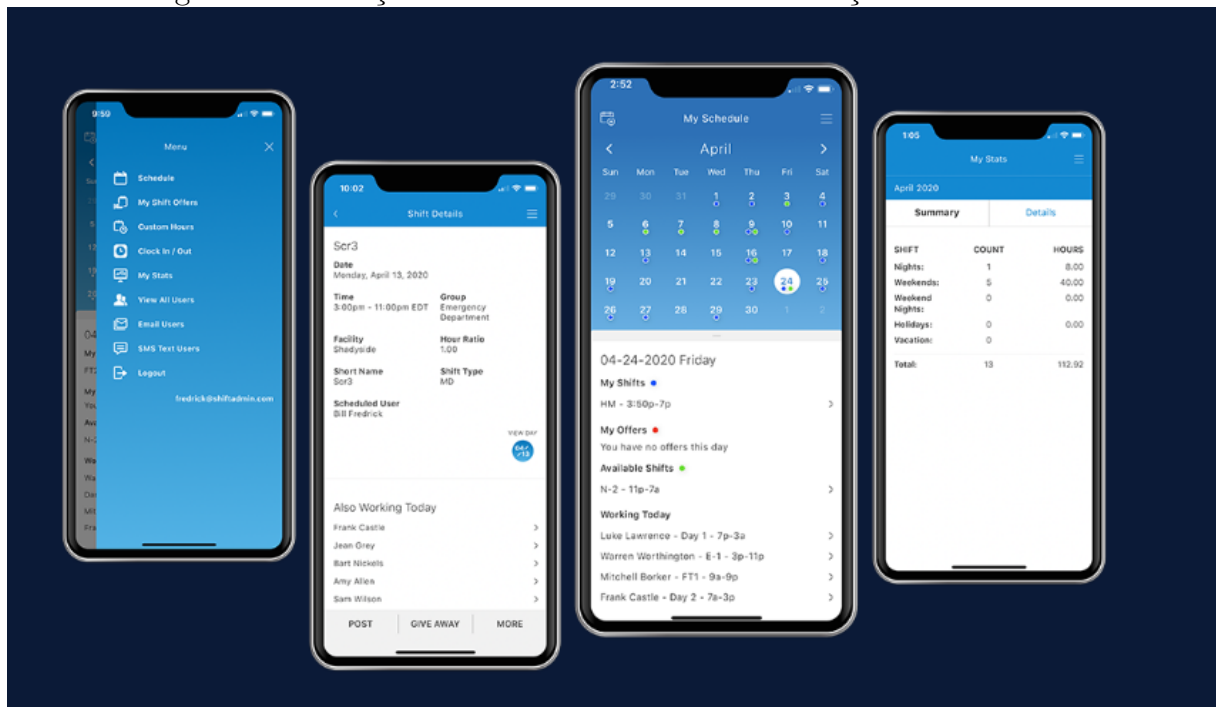
Torna-se interessante observar a facilidade da interface de escolha por parte do gestor, que consegue verificar todos os profissionais disponíveis para cobertura e escolher o mais capacitado.

II. Shift Admin

A opção paga de mercado em questão possui grande aceitação principalmente nos Estados Unidos, com foco também em integração entre diversos sistemas, como suporte a pagamento, gestão de recursos humanos e integração com outros *softwares* de gestão de empresas. Como diferencial, a geração de escalas automáticas possui grande flexibilidade por parte do gestor da área médica, com a possibilidade de customização de regras para a modelagem (o usuário pode alterar o peso das restrições utilizadas para gerar a solução final) (SHIFTADMIN, 2020).

A Figura 8 traz ilustração da interface de usuário do Shift Admin, com suas funcionalidades tanto de criação de turnos de trabalho quanto de gestão após criação.

Figura 8: Ilustração da interface de usuário da solução Shift Admin.



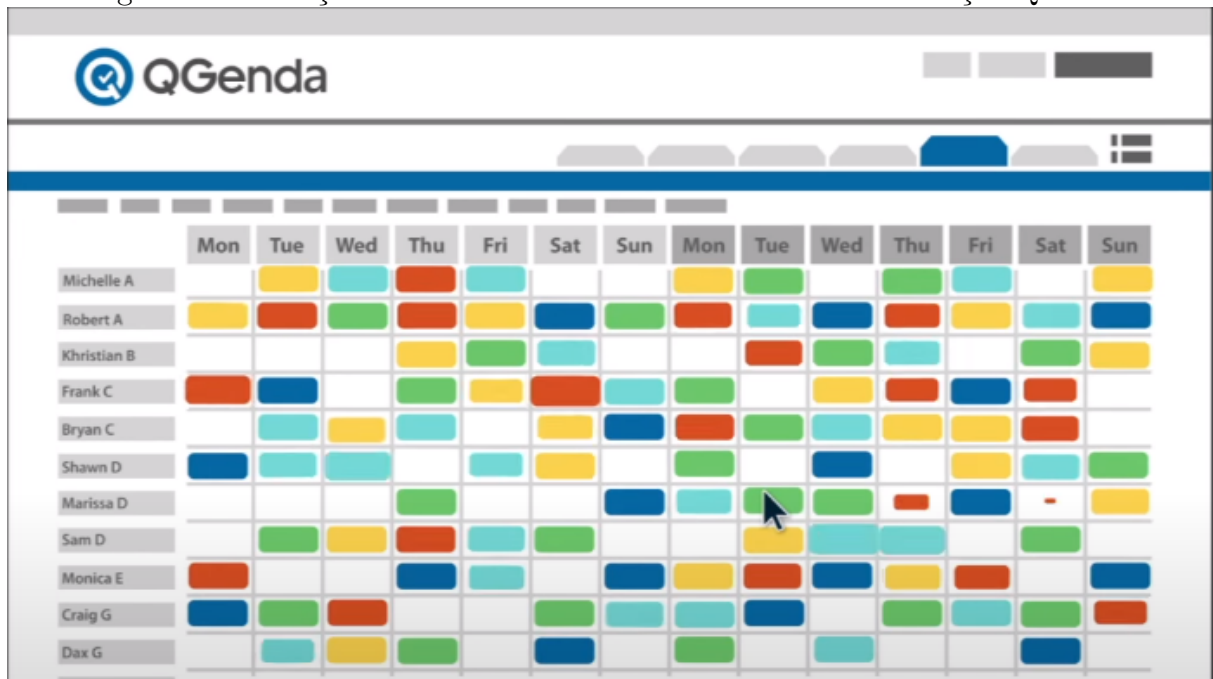
Fonte: ShiftAdmin (2020).

Como comentário final, torna-se interessante a observação de que há a possibilidade de adicionar preferências individuais de cada médico como *input* para a modelagem.

III. Qgenda

O *software* pago QGenda traz solução que incorpora, assim como a última, sistema de ponderação de pesos a fim de customizar a modelagem de acordo com as necessidades de cada organização, assim gerando uma escala personalizada de modo a melhor satisfazer a realidade de cada cliente. Além disso, possui interface de modo a facilmente inserir períodos de indisponibilidade programada de médicos e períodos de férias, ao mesmo tempo em que auxilia na gestão de substituições (QGENDA, 2020). A Figura 9 traz exemplificação da funcionalidade do aplicativo, na área de geração de escalas de trabalho.

Figura 9: Ilustração minimalista da interface de usuário da solução QGenda.



Fonte: QGenda (2020).

IV. PACE Scheduler

Em contraposição às três soluções anteriores, o programa pago PACE Scheduler não é específico para a realidade médica, mas sim uma solução mais genérica, aplicável a diversas áreas como a médica, a policial e a de segurança. Apesar de não apresentar geração automatizada com a flexibilidade das demais aplicações, permite uma visão integrada da escala gerada, com controle de alocações atuais *versus* demanda mínima necessária e possibilidade de intercambialidade entre turnos (PACE, 2020).

Vale como comentário que as últimas quatro soluções de mercado apresentadas nessa seção são pagas e demandam conversas com a equipe de suporte das aplicações para a geração de escalas de trabalho, em troca da facilidade e possibilidade de integração com outros sistemas e com a esfera de contabilidade. As duas próximas soluções podem ser obtidas ou sem custos ou por meio de *softwares* que usualmente organizações já têm acesso à assinatura.

V. Microsoft Excel

Em se tratando de ferramenta que é amplamente utilizada na grande maioria das organizações e que possui grande aceitação de mercado e conhecimento por parte de gestores, uma saída encontrada para o auxílio na criação de escalas de trabalho de custo relativamente baixo é o *software* Excel. Por meio de *templates* existentes, há a possibilidade de criação manual de escalas de trabalho, preenchendo em formatos tanto de calendário quanto de diagrama de Gantt (MICROSOFT, 2020).

A Figura 12 mostra interface da ferramenta com o *template* de criação de turnos de trabalho, com as limitações de ser manual e de não possuir qualquer ferramenta de trocas, caso haja algo inesperado ao longo do acompanhamento após criação da escala.

Figura 12: Interface do usuário para *template* de geração de escalas de trabalho em Excel.

	MONDAY	7:00 AM	8:00 AM	9:00 AM	10:00 AM	11:00 AM	12:00 PM	1:00 PM	2:00 PM	3:00 PM	Sick?	TOTAL
Name 1	manager	manager	manager	manager	manager	manager	manager	manager	manager	manager		9
Name 2												4
Name 3		front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk		7
Name 4		front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk	front desk		7
Name 5											Sick	0

Fonte: MICROSOFT (2020).

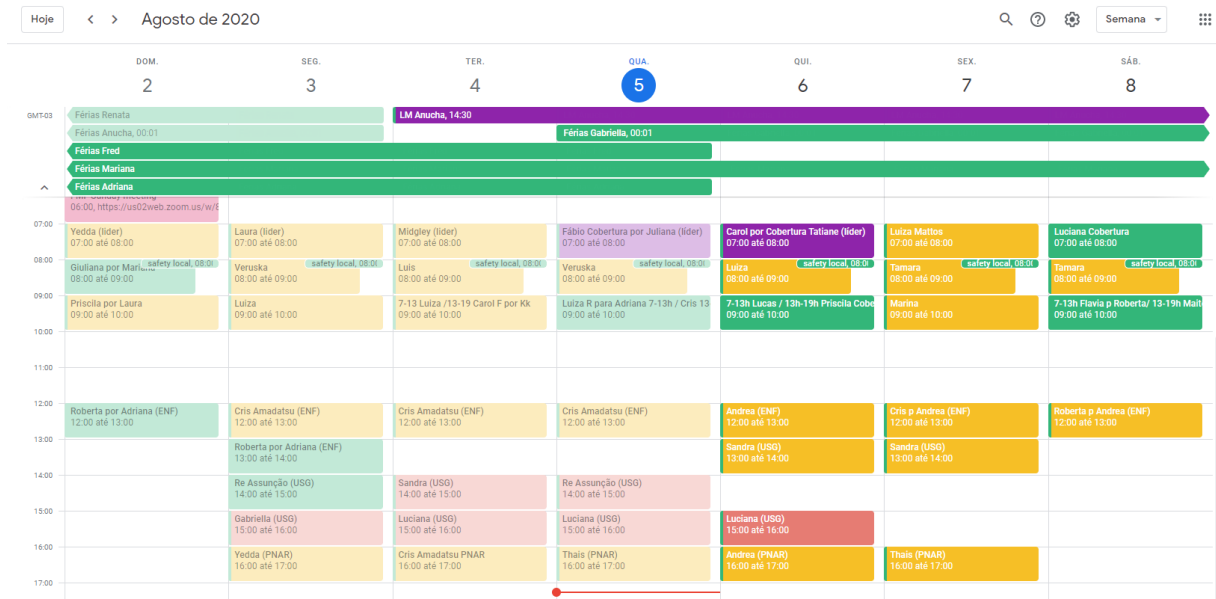
VI. Google Agenda

Por fim, uma última alternativa que se observa para a questão de geração de escalas de trabalho é a incorporação da funcionalidade de agendamentos, por meio do uso da plataforma Google, para o auxílio na organização dos turnos de trabalho. A vantagem na utilização dessa ferramenta é que, além de não se ter custos associados,

existe a praticidade em conectar os compromissos da agenda com os *smartphones* e permitir maior controle por parte dos médicos.

A Figura 13 traz agenda utilizada para a gestão de plantões de profissionais da área médica, feita de forma manual e com necessidade de modificações manuais ao longo do acompanhamento, de acordo com necessidades de trocas entre profissionais.

Figura 13: Interface do usuário para calendário/agenda da empresa Google.



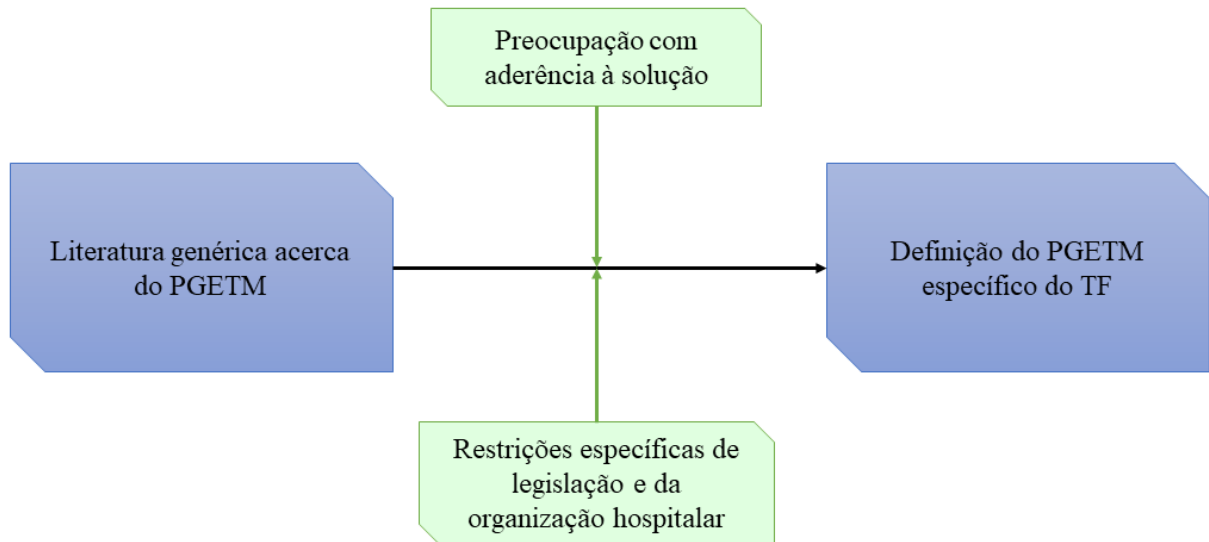
Fonte: GOOGLE (2020).

Como comentário final sobre essa solução e a seção como um todo, pode-se concluir que cada um dos *softwares* apresenta pontos positivos e negativos em termos de custos, facilidades de uso e possibilidades de customização, de modo que é interessante que esses conhecimentos sejam levantados a fim de que a modelagem do problema consiga trazer benefícios para o gestor que é responsável pela criação de turnos de trabalho.

2.6 Definição do PGETM Específico do TF

Inicialmente, torna-se interessante recapitulação da estrutura do Capítulo 2 deste TF, para entendimento do caminho percorrido até se chegar na definição do PGETM específico do TF, uma vez que essa definição guiará diretamente a modelagem do problema e, consequentemente, todo o restante do trabalho de formatura. A Figura 14 esquematiza a interação entre as três seções anteriores e a definição do PGETM abordado no TF.

Figura 14: Relação entre tópicos abordados no Capítulo 2 para a definição do problema abordado no TF.



Fonte: O autor.

Sendo assim, esta seção tratará basicamente de selecionar e justificar, dentre os aspectos da literatura revisados nas seções anteriores, aqueles que são relevantes para a realidade deste TF, de modo a se ter um problema definido a fim de conseguir boa aderência para a realidade dos grupos médicos em questão.

Inicialmente, reiteram-se as definições abordadas na Seção 2.2, de que dentro da temática de Planejamento de Força de Trabalho, o Problema de Alocação de Funcionários é um problema de nível tático, que pressupõe se ter previamente determinado o número ideal de trabalhadores contratados e possui o objetivo de alocar os funcionários dentro de uma escala de trabalho de modo a se otimizar um objetivo, financeiro ou não (BERGH et al., 2013). Um caso específico de PAF é o PAM, que adiciona restrições de acordo com as necessidades da realidade médica, usualmente com o horizonte de planejamento mensal e com diversas restrições relacionadas com as preferências de trabalho dos funcionários.

Finalmente, o problema a ser discutido neste TF é definido como sendo um caso particular do PAM, com o intuito de realizar a alocação de médicos em turnos de trabalho a fim de satisfação da demanda e de preferências dos trabalhadores. No caso específico, em se tratando de grupos médicos de Ginecologia, a demanda é variável para cada turno

e localidade estabelecidos. Uma solução é considerada factível quando satisfaz a todas as restrições *hard* impostas e, para cada solução factível, atribui-se um valor de penalidade associado às restrições *soft* que não foram satisfeitas na solução, sendo o objetivo final a minimização deste valor.

Com a finalidade de maior organização, as Tabelas 9 e 10 trazem, respectivamente, definições adotadas e restrições contempladas no problema, com enumeração baseada na Tabela 7, a fim de facilitação de entendimento da modelagem do problema, apresentada no próximo capítulo.

Tabela 9: Definições adotadas para o PGETM deste TF.

Conceito	Explicação
Horizonte de planejamento	1 mês (30/31 dias)
Quantidades de turnos	3 turnos diários - Matutino, Vespertino e Noturno (12h)
Quantidade de localizações	Variável de acordo com o caso analisado
Quantidade de departamentos em uma localização	Tratados como se fossem localizações diferentes
Variáveis de decisão	Relacionadas à alocação de médicos em dias, turnos e localização
Tipo de construção do problema	Problema de Otimização de Restrições (POR)
Demanda por profissionais	Variável de acordo com cada dia da semana, turno e localidade
Incorporação de disponibilidade	Turnos desejáveis, indesejáveis e indisponíveis
Incorporação de preferências	Priorizar ou não certos turnos
Impossibilidade de alocações	Vetos pela gerência de certos pares (funcionário, localização)

Fonte: O autor.

Tabela 10: Restrições contempladas no PGETM deste TF.

Nº	Restrição	Sigla	Categoria
1	Satisfação da demanda por profissionais por turno	H1	<i>Hard</i>
9	Indisponibilidade em certos turnos	H2	<i>Hard</i>
2	Não simultaneidade de alocações	H3	<i>Hard</i>
14	Limite máximo de alocação de turnos em um mesmo dia	H4	<i>Hard</i>
3	Descanso mínimo após trabalho em turnos noturnos	H5	<i>Hard</i>
4	Descanso mínimo após trabalho em dois turnos no dia anterior	H6	<i>Hard</i>
20	Sequências em localizações diferentes	H7	<i>Hard</i>
4	Não permissão de trabalho além do turno da noite em mesmo dia	H8	<i>Hard</i>
18	Limite máximo de alocações em finais de semana e feriados	H9	<i>Hard</i>
5	Limite máximo de alocações em turnos do tipo “noturno”	H10	<i>Hard</i>
19	Não permissão de certos pares (funcionário, localidade)	H11	<i>Hard</i>
25	Balanceamento de total de turnos trabalhados entre médicos	S1	<i>Soft</i>
25	Balanceamento de turnos trabalhados aos finais de semana e feriados	S2	<i>Soft</i>
6	Máximo de alocações no horizonte de planejamento	S3	<i>Soft</i>
7	Mínimo de alocações no horizonte de planejamento	S4	<i>Soft</i>
9	Preferências de médicos por certos turnos	S5	<i>Soft</i>
9	Preferências de médicos por certas localidades	S6	<i>Soft</i>

Fonte: O autor.

Com isso, finaliza-se este capítulo de fundamentação teórica, tendo abrangido desde aspectos mais genéricos de Pesquisa Operacional ligada a Sistemas de Saúde até a definição do problema específico a ser modelado neste trabalho, o que será feito no próximo capítulo.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Inicialmente, a criação de um modelo matemático se dá pelos potenciais benefícios de organização e interpretação de dados experimentais a fim de buscar categoricamente uma solução ou novas direções para um problema pertencente a uma pesquisa experimental (BUSH; MOSTELLER, 1951).

O modelo a ser tratado neste capítulo é baseado no modelo proposto por Wickert et al. (2020), em sua versão básica, com as especificidades abordadas na definição do problema feita na Seção 2.6. Com a finalidade de organização, optou-se pela segmentação do capítulo em seções para tratar dos diferentes aspectos que compõem a modelagem do problema e por apresentar a Tabela 11, explicitando os aspectos do modelo de Wickert et al. (2020), evidenciando os que foram incorporados e os que foram adaptados/não incorporados, para melhor representar a realidade deste estudo.

Tabela 11: Análise comparativa entre o modelo do TF e o modelo de Wickert et al. (2020).

Nº	Aspecto do modelo de Wickert et al. (2020)	Comparação	Comentário
1	Não alocação de um médico em mais de um turno em um mesmo dia em dias de semana	Não incorporado	-
2	Mínimo de médicos por dia/turno/localidade	Adaptado	Substituído por número fixo de médicos
3	Máximo de médicos por dia/turno/localidade	Adaptado	
4	Caso um médico seja alocado no turno da manhã em dias de semana, deve também trabalhar à tarde	Não incorporado	-
5	Sucessão inválida de turnos entre hospitais	Adaptado	Possibilidade de mais de um setor em um hospital
6	Indisponibilidade de médicos em certos turnos	Incorporado	-
7	Turnos seguidos precisam ser na mesma localidade	Adaptado	Possibilidade de permissão para locais próximos
8	Incorporação de habilidades	Não incorporado	-
9	Número máximo de alocações repetidas (entre semanas)	Não incorporado	-
10	Número máximo de dias consecutivos com alocações	Adaptado	Tratado como restrição <i>hard</i>
11	Preferências de médicos por turnos/localidades	Incorporado	-
12	Não realização de turnos isolados nos finais de semana	Não incorporado	-
13	Número mínimo de alocações no horizonte de planejamento	Incorporado	-
14	Número máximo de alocações no horizonte de planejamento	Incorporado	-
15	Máximo número de alocações em finais de semana	Adaptado	Adaptado para turnos noturnos e dias não comerciais

Fonte: O autor.

Apesar de apresentar similaridade com o outro modelo proposto, tanto pelos aspectos abordados na Tabela 11 quanto pela definição de elementos e conjuntos, as restrições de proibição de trabalho no dia seguinte a um dia no qual se trabalhou em turno noturno (H4) ou em dois turnos (H5) trouxeram nova variável de decisão. Além disso, o fato do modelo proposto considerar a possibilidade de múltiplos setores (departamentos) dentro de um hospital (adaptação do aspecto 7 da Tabela 11) também é diferença em relação ao modelo base, sendo essa complexidade abordada juntamente com as demais restrições de impossibilidade de mudança entre diferentes hospitais.

3.1 Definição de Elementos, Conjuntos e Variáveis do Modelo Matemático

Nesta seção, apresenta-se a seguir a terminologia para a modelagem, com relação à definição de índices e conjuntos, de parâmetros e de variáveis de decisão, nas Tabelas 12, 13 e 14, respectivamente.

Tabela 12: Índices e conjuntos da modelagem do PGETM do TF.

Elementos	Descrição
$n \in N$	Em que n é o índice de cada médico e N o conjunto de todos os médicos
$i \in I$	Em que i é o índice de cada dia e I o conjunto de todos os dias
$i \in I' I' \subset I$	Em que i é o índice de cada dia e I' o subconjunto de finais de semana e feriados
$j \in J$	Em que j é o índice de cada turno e J o conjunto de todos os turnos
$j \in J' J' \subset J$	Em que j é o índice de cada turno e J' o subconjunto de turnos do tipo “noturno”
$J'^c \subset J$	Em que J'^c é o conjunto complementar de J' , de turnos que não são do tipo “noturno”
$k \in K$	Em que k é o índice de cada localidade e K o conjunto de todas as localidades
$(k', k'') \in L k', k'' \in K$	Em que L é o conjunto de pares ordenados nos quais um turno realizado na localidade k' não pode ser sucedido por um turno na localidade k''
$(n, k) \in X$	Em que X é o conjunto de pares ordenados nos quais o médico n não pode trabalhar na localidade k por decisão gerencial
$(n, k) \in A$	Em que A é o conjunto de pares nos quais o médico n tem preferência por não trabalhar na localidade k
$(n, i, j) \in Y$	Em que Y é o conjunto de ternas ordenadas em que o médico n está indisponível no turno j do dia i
$(n, i, j) \in B$	Em que B é o conjunto de ternas ordenadas em que o médico n tem preferência por não trabalhar no turno j do dia i

Fonte: O autor.

Tabela 13: Parâmetros da modelagem do PGETM do TF.

Elementos	Descrição
$\delta_{i,j,k} \in \mathbb{Z}_+$	Em que $\delta_{i,j,k}$ é a demanda por médicos a cada dia i , turno j e localidade k
$\alpha_r \in \mathbb{Z}_+$	Em que α_r é o valor máximo ou mínimo estabelecido para as restrições r de siglas H9, H10, S1, S2, S3 e S4
$\omega_r \in \mathbb{Z}_+$	Em que ω_r é a penalidade pela violação de cada restrição <i>soft</i> r de siglas S1, S2, S3, S4, S5 e S6
$M \in \mathbb{Z}_+$	Em que M é valor grande o suficiente para relacionar certas variáveis binárias nas restrições do modelo
$\epsilon \in \mathbb{R}_+$	Em que ϵ é valor pequeno o suficiente para diminuir o valor de certos termos da função objetivo do modelo

Fonte: O autor.

Tabela 14: Variáveis de decisão da modelagem do PGETM do TF.

Variável	Descrição
$x_{n,i,j,k} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o médico n trabalha no dia i , no turno j , e na localidade k e valor nulo caso contrário
$z_{n,i} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o médico n trabalha nos turnos da manhã e da tarde no dia i e valor nulo caso contrário
$m_{n,i} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o médico n trabalha no dia i e valor nulo caso contrário
$m'_{n,i} \in \{0, 1\}$	Assume valor unitário se o médico n trabalha em qualquer turno não noturno do dia i e valor nulo caso contrário
$a_n^{(1)} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a mais do que valor estabelecido pelos gestores como média ideal
$a_n^{(2)} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a menos do que valor estabelecido pelos gestores como média ideal
$b_n^{(1)} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a mais do que valor estabelecido como média ideal em finais de semana e feriados
$b_n^{(2)} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a menos do que valor estabelecido como média ideal em finais de semana e feriados
$c_n \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a mais do que valor estabelecido pelos gestores como máximo ideal
$d_n \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de turnos que o médico n trabalhou a menos do que valor estabelecido pelos gestores como mínimo desejado
$e_{n,i,j} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de violações de preferência do médico n pelo turno j do dia i
$f_{n,k} \in \mathbb{Z}_+$	Variável associada à quantidade de violações de preferência do médico n pela localidade k

Fonte: O autor.

Com base nessa nomenclatura definida, a seção seguinte tratará de explicitar as expressões matemáticas que regem o modelo em questão.

3.2 Função Objetivo e Restrições do Modelo Matemático

Com relação à estrutura desta seção, optou-se por inicialmente expor a função objetivo e restrições, devidamente enumeradas, e posteriormente discutir o papel de cada expressão na construção do modelo.

Função objetivo:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } Z = & \sum_{n \in N} [(a_n^{(1)} + a_n^{(2)}) * \omega_{s1}] + \sum_{n \in N} [(b_n^{(1)} + b_n^{(2)}) * \omega_{s2}] + \\
 & + \sum_{n \in N} [c_n * \omega_{s3}] + \sum_{n \in N} [d_n * \omega_{s4}] + \\
 & + \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (e_{n,i,j} * \omega_{s5}) + \sum_{n \in N} \sum_{k \in K} (f_{n,k} * \omega_{s6}) + \\
 & + \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} (\varepsilon * (z_{n,i} + m_{n,i} + m'_{n,i}))
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Restrições:

$$\sum_{n \in N} x_{n,i,j,k} = \delta_{i,j,k}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad k \in K \tag{3.2}$$

$$\sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} = 0, \quad (n, i, j) \in Y \tag{3.3}$$

$$\sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq 1, \quad n \in N, \quad i \in I, \quad j \in J \tag{3.4}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq 2, \quad n \in N, \quad i \in I \tag{3.5}$$

$$\sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} + m_{n,i+1} \leq 1, \quad \forall n \in N, \quad i \in \{1, \dots, |I| - 1\}, \quad j \in J' \tag{3.6}$$

$$z_{n,i} + m_{n,i+1} \leq 1, \quad n \in N, \quad i \in \{1, \dots, |I| - 1\} \tag{3.7}$$

$$x_{n,i,j,k'} + x_{n,i,j+1,k''} \leq 1, \quad (k', k'') \in L, \quad n \in N, \quad i \in I, \quad j \in \{1, \dots, |J| - 1\} \tag{3.8}$$

$$x_{n,i,j,k} + m'_{n,i} \leq 1, \quad n \in N, \quad i \in I, \quad j \in J', \quad k \in K \tag{3.9}$$

$$\sum_{i \in I'} m_{n,i} \leq \alpha_{H9}, \quad n \in N \quad (3.10)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J'} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq \alpha_{H10}, \quad n \in N \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{n,i,j,k} = 0, \quad (n, k) \in X \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} + a_n^{(2)} \leq \alpha_{S1} + a_n^{(1)}, \quad n \in N \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in I'} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} + b_n^{(2)} \leq \alpha_{S2} + b_n^{(1)}, \quad n \in N \quad (3.14)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq \alpha_{S3} + c_n, \quad n \in N \quad (3.15)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} + d_n \geq \alpha_{S4}, \quad n \in N \quad (3.16)$$

$$\sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq e_{n,i,j}, \quad (n, i, j) \in B \quad (3.17)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{n,i,j,k} \leq f_{n,k}, \quad (n, k) \in A \quad (3.18)$$

$$\sum_{j \in J'^c} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} - 1 \leq z_{n,i}, \quad n \in N, \quad i \in I \quad (3.19)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq M * m_{n,i}, \quad n \in N, \quad i \in I, \quad (3.20)$$

$$\sum_{j \in J'^c} \sum_{k \in K} x_{n,i,j,k} \leq M * m'_{n,i}, \quad n \in N, \quad i \in I \quad (3.21)$$

$$x_{n,i,j,k}, \quad z_{n,i}, \quad m_{n,i}, \quad m'_{n,i} \in \{0, 1\}, \quad n \in N, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad k \in K \quad (3.22)$$

$$a_n^{(1)}, a_n^{(2)}, b_n^{(1)}, b_n^{(2)}, c_n, d_n, e_{n,i,j}, f_{n,k} \in \mathbb{Z}_+, n \in N, i \in I, j \in J, k \in K \quad (3.23)$$

A função objetivo apresenta a soma de sete termos, os seis primeiros associados às penalidades ao se violarem restrições *soft* e o último com o intuito de complementar as restrições (3.19), (3.20) e (3.21). A seguir, explicitam-se os termos que estão presentes na função objetivo (3.1).

1. A soma $(a_n^{(1)} + a_n^{(2)})$ representa a quantidade de turnos que um médico fez a mais ou a menos, respectivamente, que o estabelecido como ideal pelos gestores, pensando-se em número médio para a equipe. ω_{s1} representa o peso da violação da restrição “S1”;
2. A soma $(b_n^{(1)} + b_n^{(2)})$ representa a quantidade de turnos que um médico fez a mais ou a menos, respectivamente, que o estabelecido como ideal pelos gestores em finais de semana e feriados, pensando-se em número médio para a equipe. ω_{s2} representa o peso da violação da restrição “S2”;
3. O termo c_n representa a quantidade de turnos que um médico fez a mais que o estabelecido como máximo desejado pelos gestores da equipe. ω_{s3} representa o peso da violação da restrição “S3”;
4. O termo d_n representa a quantidade de turnos que um médico fez a menos que o estabelecido como mínimo desejado pelos gestores da equipe. ω_{s4} representa o peso da violação da restrição “S4”;
5. O termo $e_{n,i,j}$ representa as violações de preferências por turnos ocorridas para cada terna (n,i,j) . ω_{s5} representa o peso da violação da restrição “S5”;
6. O termo $f_{n,k}$ representa as violações de preferências por localidade para cada par (n,k) . ω_{s6} representa o peso da violação da restrição “S6”;
7. Finalmente, o último termo apenas tem o objetivo de restringir o número de graus de liberdade das variáveis $z_{n,i}$, $m_{n,i}$ e $m'_{n,i}$, ou seja, quando elas puderem apresentar valor 0 ou 1, serem avaliadas em zero. O termo ϵ serve para que esse somatório tenha valor pequeno de modo a não interferir em nenhuma outra variável de decisão. Complementa as restrições (3.19), (3.20) e (3.21).

Com relação às restrições, tem-se a seguinte explicação para cada uma delas e a relação com as siglas previamente definidas no capítulo anterior, na Tabela 10.

- A expressão (3.2) garante a restrição H1, ou seja, o atendimento da demanda para cada localidade, dia e turno;
- A expressão (3.3) garante a restrição H2, ou seja, a não alocação de um médico em um período no qual ele esteja indisponível;
- A expressão (3.4) garante a restrição H3, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe em duas localidades em um mesmo dia e turno;
- A expressão (3.5) garante a restrição H4, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe mais do que dois turnos em um dia;
- A expressão (3.6) garante a restrição H5, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe no dia após ter realizado um turno do tipo “noturno”;
- A expressão (3.7) garante a restrição H6, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe no dia seguinte a ter trabalhado nos turnos da manhã e da tarde de um dia;
- A expressão (3.8) garante a restrição H7, ou seja, a não permissão de que um médico faça dois turnos seguidos em localidades distantes;
- A expressão (3.9) garante a restrição H8, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe no turno da noite e também em outro em um mesmo dia;
- A expressão (3.10) garante a restrição H9, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe mais do que o número máximo permitido de finais de semana e feriados;
- A expressão (3.11) garante a restrição H10, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe mais que o máximo em turnos do tipo “noturno”;
- A expressão (3.12) garante a restrição H11, ou seja, a não permissão de que um médico trabalhe em uma localização que a gerência determinou que ele não tem permissão;
- A expressão (3.13) garante a restrição S1, por meio da determinação dos valores das variáveis $a_n^{(1)}$ e $a_n^{(2)}$, que entrarão na função objetivo. Restrição relacionada ao balanceamento de total de alocações entre médicos;

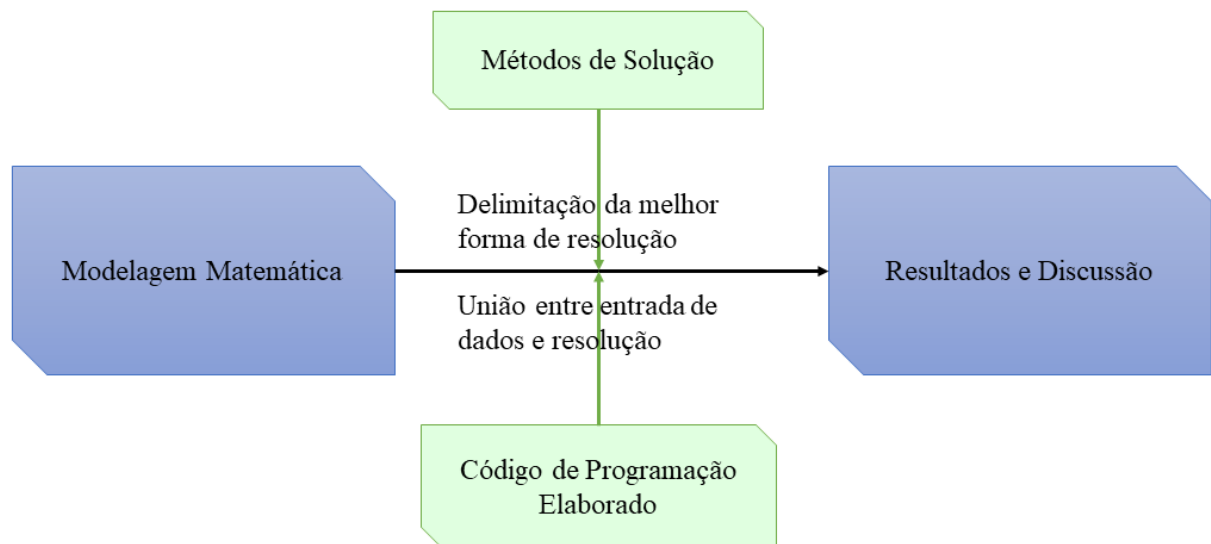
- A expressão (3.14) garante a restrição S2, por meio da determinação dos valores das variáveis $b_n^{(1)}$ e $b_n^{(2)}$, que entrarão na função objetivo. Restrição relacionada ao balanceamento de finais de semana e feriados;
- A expressão (3.15) garante a restrição S3, por meio da determinação do valor da variável c_n , que entrará na função objetivo. Restrição relacionada ao máximo de alocações no horizonte de planejamento;
- A expressão (3.16) garante a restrição S4, por meio da determinação do valor da variável d_n , que entrará na função objetivo. Restrição relacionada ao mínimo de alocações no horizonte de planejamento;
- A expressão (3.17) garante a restrição S5, por meio da determinação do valor da variável $e_{n,i,j}$, que entrará na função objetivo. Restrição relacionada às preferências de médicos por certos turnos;
- A expressão (3.18) garante a restrição S6, por meio da determinação do valor da variável $f_{n,k}$, que entrará na função objetivo. Restrição relacionada às preferências de médicos por certas localidades;
- As expressões (3.19), (3.20) e (3.21) têm o objetivo de vincular as variáveis binárias $z_{n,i}$, $m_{n,i}$ e $m'_{n,i}$ com a variável binária $x_{n,i,j,k}$.
- As expressões (3.22) e (3.23) estabelecem o domínio das variáveis de decisão do modelo.

Com isso, finaliza-se a modelagem do PGETM do trabalho, que será discutida no próximo capítulo em termos de métodos de resolução e validada posteriormente para a realização de estudo de caso com base em dados reais e testes computacionais para verificação da eficiência computacional do modelo.

4 MÉTODOS DE SOLUÇÃO E CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO ELABORADO

O breve capítulo em questão tem por finalidade inicialmente apresentar o método e meios possíveis a serem utilizados para resolução do modelo apresentado no capítulo anterior e, posteriormente, discutir aspectos acerca da entrada de dados e do código elaborado para o levantamento de dados a serem discutidos no próximo capítulo. A Figura 15 esquematiza a interação dos aspectos discutidos neste capítulo.

Figura 15: Relação entre tópicos abordados no Capítulo 4 para relacionar a modelagem matemática aos resultados e à discussão deles.



Fonte: O autor.

As duas Seções seguintes tratarão, então, de destacar esses dois aspectos fundamentais para completude do TF, permitindo maior clareza sobre os dados levantados e os resultados obtidos no Capítulo 5.

4.1 Métodos de Solução

Com relação aos métodos de solução, inicialmente, faz-se uma importante distinção entre três conceitos acerca de maneiras de se trabalhar problemas matemáticos: algoritmos otimizantes, meta-heurísticas e matheurísticas.

Algoritmos otimizantes tratam de métodos exatos que buscam, dentre todas as opções possíveis, aquela que maximiza ou minimiza a função objetivo apresentada, de modo que uma solução ótima encontrada seja, comprovadamente, a melhor possível, por exemplo o método *Branch and Bound*. Segundo Winston e Goldberg (2004), uma solução otimizada para um modelo matemático é qualquer ponto na região factível que, com certeza, otimiza a função objetivo.

Já métodos meta-heurísticos não possuem o objetivo de encontrar dentre todas as opções possíveis, necessariamente aquela que apresenta valor otimizado, mas sim uma solução suficientemente boa em um tempo computacional aceitável (SÖRENSEN; GLOVER, 2013). Assim sendo, este método não se sujeita à explosão de possibilidades e tempo computacional que há em algoritmos otimizantes caso o problema seja do tipo *NP-hard*, isto é, problemas nos quais um aumento no conjunto de entradas ocasiona acentuado aumento na combinatória do problema, complexidade e tempo para resolução.

Finalmente, métodos matheurísticos tem por finalidade a operação conjunta dos dois métodos anteriores, incorporando ora aspectos otimizantes e ora aspectos que se beneficiem da velocidade da heurística. Há distintas classificações possíveis de matheurísticas, de acordo com as interações entre esses dois métodos. A seguir, duas dessas classificações são destacadas (ARCHETTI; SPERANZA, 2014):

- Métodos de decomposição - Divisão do problema em partes mais simples e rápidas de resolver, para a utilização de algoritmo otimizante em cada uma dessas partes;
- Heurística de melhoria - Utilização de algoritmos otimizantes para melhorar uma solução ótima local encontrada por método heurístico.

O PGETM é, segundo Brucker, Qu e Burke (2011), um problema do tipo NP-hard quando trata de conjunto grande de restrições e necessidades de períodos de pausa pós alocação, de modo que o modelo matemático proposto nesse trabalho se enquadra nessa categoria. Assim sendo, a abordagem proposta para resolução do problema deve contemplar a utilização ou de um *software* de estado da arte para Programação Linear Inteira

Mista (PLIM)¹ ou a incorporação de métodos não puramente exatos, de modo a se chegar em soluções ótimas em um tempo computacional baixo nos casos que são alvo de estudo.

Uma vez que o intuito inicial não é a utilização para grandes instâncias, nas quais de fato haveria problemas computacionais na implementação de métodos exatos, optou-se por escolha da utilização do *software Gurobi* para a modelagem e resolução do problema, focando-se na otimização.

O *Gurobi* é capaz de integrar de maneira eficiente diversas técnicas de resolução de um problema de PLIM, aprimorando com base no método *Branch and Bound*, utilizando-se dos recursos listados na Tabela 15 (GUROBI, 2020).

Tabela 15: Recursos utilizados pelo *Gurobi* para resolução de PLIMs.

Recurso	Descrição
Pré-processamento	Reduções do problema aplicadas antes do início da resolução para diminuir o tamanho do problema
Planos de corte	Realizar durante a solução refinamentos na formulação dos subproblemas para remoção de soluções parciais indesejáveis
Heurísticas	Busca, por meio de métodos não exatos, de soluções rápidas visando diminuir a fronteira da melhor solução
Paralelismo	Exploração de múltiplos nós simultaneamente, aumentando efetividade computacional do método

Fonte: Gurobi (2020).

4.2 Código de Programação Elaborado

A seção em questão tratará de dois assuntos principais dentro do desenvolvimento do trabalho, sendo eles relativos à maneira pela qual os dados de entrada são adquiridos e considerações sobre o código elaborado para resolver a formulação matemática apresentada no Capítulo 3. Inicialmente, faz-se a consideração de que o código foi elaborado na linguagem *Python 3*, uma vez que possui interface com o *solver* de escolha e diversas bibliotecas para facilitação da interpretação de dados, exibição de tabelas e importação/exportação de dados em arquivos de *Excel*.

Com relação à entrada de dados, optou-se por realizar a leitura de arquivos do tipo

¹Tradução para o termo *Mixed Integer Linear Programming*

comma separated values (.csv) por meio de dois tipos de arquivo base em *Excel*. O primeiro coleta informações para estabelecimento do cenário em termos de horizonte de planejamento, turnos, demanda, número de médicos disponíveis, restrições gerenciais de localidades e parâmetros do sistema. Já o segundo, coleta, para cada médico, o conjunto de preferências e indisponibilidades que entrarão no modelo e permitirão a construção da escala de trabalho que seja factível e minimize a violação de restrições *soft*.

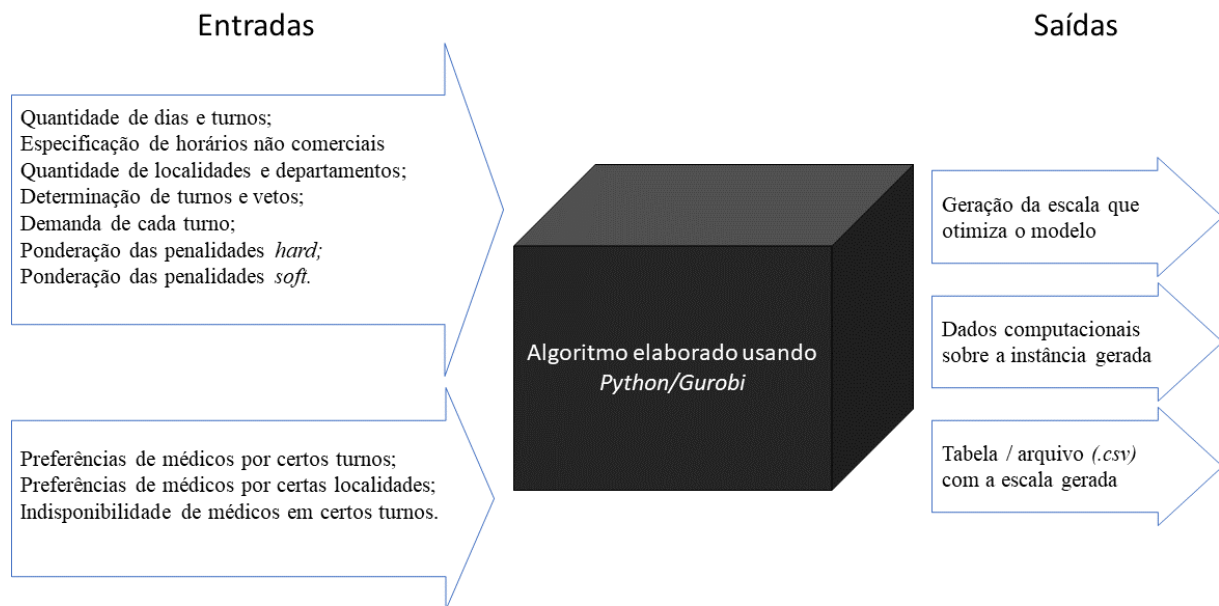
O trabalho em questão, com a finalidade de completude de informações, realizou a entrada de dados a partir de três fontes:

- Pré-definição de casos teste, para verificação de consistência do modelo/código;
- Captação de dados reais para equipe médica por meio do envio de *template* para preenchimento, a fim de verificação da efetividade prática do modelo apresentado;
- Geração aleatorizada de informações de preferências de médicos, com base nos cenários teste e reais de gestores de grupos médicos, a fim de colher resultados acerca da efetividade computacional do modelo, tal como verificação do aumento de complexidade com o aumento do número de entradas.

A partir desses dados, o programa faz a definição dos elementos, conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão do modelo e realiza a tentativa de otimização, utilizando-se dos recursos evidenciados na Tabela 15 da seção anterior. Caso o modelo seja factível, exibe-se a solução encontrada, organizada em formato de tabela e exporta-se um arquivo no formato *.csv* com a solução.

Além disso, capturam-se um conjunto de dados computacionais a serem compilados na seção de resultados, como o tempo computacional, número de variáveis e de restrições, número de nós explorados e *gap* de otimização, se houver. A Figura 16 mostra, de maneira esquemática, a relação entre entradas e saídas do programa elaborado, para cada um dos casos que se queira exibir.

Figura 16: Relação entre entradas e saídas do programa elaborado.



Fonte: O autor.

Vale o comentário de que, com base na escolha do usuário, o programa irá buscar ou gerar os dados referentes para a entrada no modelo, de modo que, para teste de eficiência computacional a partir de geração aleatorizada de dados, pode-se rodar múltiplas vezes até que a média se estabilize, assim garantindo maior consistência de resultados.

Com finalidade de ilustrar o funcionamento do programa elaborado, as Figuras 17 e 18 mostram, respectivamente, a interface de *Python* enquanto realiza a leitura de dados e a interface após resolução.

Figura 17: Interface do programa elaborado durante a leitura de dados.

```

Início do cenário de teste
Iniciando a leitura dos dados de André
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Bianca
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Carlos
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Daniela
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Eduardo
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Fábio
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada
Iniciando a leitura dos dados de Gabriela
Iniciando a leitura dos dados de localidade
Iniciando a leitura dos dados de preferência de dias e turnos
Finalização dos dados de entrada

Iniciando a leitura dos dados de Caso Teste
Iniciando a construção do parâmetro L
Iniciando a construção do parâmetro X
Iniciando a construção do parâmetro J, Jc, J_
Iniciando a construção do parâmetro I, I_
Iniciando a construção do parâmetro K
Iniciando a construção de i,j,k e formato da matriz delta
Iniciando a construção de delta
Iniciando a construção de alpha
Iniciando a construção de omega
Finalização dos dados de entrada do cenário

```

Fonte: O autor.

Figura 18: Interface do programa elaborado após finalização da otimização do modelo.

```
Gurobi Optimizer version 9.0.2 build v9.0.2rc0 (win64)
Optimize a model with 2335 rows, 1656 columns and 10367 nonzeros
Model fingerprint: 0x4e001e2d
Variable types: 0 continuous, 1656 integer (1134 binary)
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e+00, 3e+00]
  Objective range   [1e-03, 2e+02]
  Bounds range      [1e+00, 1e+00]
  RHS range         [1e+00, 4e+00]
Presolve removed 2331 rows and 1651 columns
Presolve time: 0.01s
Presolved: 4 rows, 5 columns, 8 nonzeros
Variable types: 0 continuous, 5 integer (4 binary)
Found heuristic solution: objective 500.0610000

Root relaxation: objective 4.000600e+02, 2 iterations, 0.00 seconds

   Nodes      |   Current Node   |   Objective Bounds   |   Work
  Expl Unexpl |  Obj  Depth IntInf | Incumbent    BestBd   Gap   | It/Node Time
*    0       0              0      400.0620000  400.06200   0.00%   -     0s

Explored 0 nodes (4 simplex iterations) in 0.02 seconds
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 2: 400.062 500.061

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 4.0006200000000e+02, best bound 4.0006200000000e+02, gap 0.00000%
```

Fonte: O autor.

Assim, finaliza-se o capítulo que servirá de base para a exibição e análise de resultados do TF, unindo o modelo às conclusões após coleta e interpretação de dados.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A apresentação dos resultados do TF está dividida em três seções, conforme explicitado anteriormente, a fim de refletir os objetivos de:

- Validação da modelagem proposta a partir de cenário teste com respostas previsíveis;
- Verificação da eficácia do modelo a partir de um cenário real e dados coletados com a equipe médica;
- Teste da eficiência computacional do modelo a partir da geração aleatorizada de dados baseados em cenários realistas, alterando quatro fatores para maior abrangência de análises, sendo eles o cenário analisado, o número de médicos necessários, o horizonte de planejamento (em dias) e a disponibilidade dos médicos.

Ao longo deste capítulo, para cada cenário proposto, será feita clara categorização de cada premissa adotada, mostrando a diferença entre cada cenário apresentado. Entretanto, como há regularidade dos valores de certos parâmetros determinados a partir das conversas realizadas com os gestores das áreas médicas, para evitar a repetição excessiva, destaca-se, na Tabela 16, tais valores adotados. Tem-se como justificativa para mantê-los constantes o fato de que estão relacionados apenas com a interação entre as diferentes restrições *soft* do problema e terem sido determinados a partir de conversas com os gestores que auxiliaram na elaboração do trabalho.

Tabela 16: Valores dos parâmetros ω adotados para obtenção de resultados do TF.

Restrições	Sigla	Peso atribuído
Balanceamento de total de alocações entre médicos	ω_{S1}	5
Balanceamento de finais de semana e feriados	ω_{S2}	100
Máximo de alocações no horizonte de planejamento	ω_{S3}	50
Mínimo de alocações no horizonte de planejamento	ω_{S4}	20
Preferências de médicos por certos turnos	ω_{S5}	100
Preferências de médicos por certas localidades	ω_{S6}	200

Fonte: O autor.

Assim sendo, primeiro se apresentarão as seções correspondentes a cada um dos três objetivos, para que a última seção do capítulo faça uma análise dos dados coletados, a fim de evidenciar as principais conclusões e contribuições que este trabalho proporcionou.

Como comentário final, explicitam-se as seguintes características do computador e dos programas que foram utilizados para a execução de todos os resultados evidenciados nesse TF:

- Processador: *Inter(R) Core(TM) i7-7700 CPU @3.6Ghz*
- Memória (*RAM*): 8,00 GB
- Tipo de sistema: 64 *bits*, processador com base em x64
- Sistema operacional: *Windows 10*
- *IDE*: *Spyder - Python 3.6*
- *Gurobi*: versão 9.0.2 - v9.0.2rc0

5.1 Validação da Modelagem Proposta

A validação do modelo matemático apresentado no Capítulo 3 deste trabalho e da leitura e saída de dados tinha de ser feita a fim de garantir consistência em diversos termos, representados na Tabela 17.

Tabela 17: Aspectos a serem testados na validação do modelo do TF.

Nº	Aspecto	Siglas do modelo
1	Restrições de satisfação de demanda e sequências proibidas de turnos a serem realizados	H1, H3, H4, H5, H6, H7 e H8
2	Restrições <i>hard</i> de proibição de médicos em certas localidades e indisponibilidade em certos turnos	H2 e H11
3	Restrições de máximo de alocações	H9 e H10
4	Restrições <i>soft</i> de balanceamento de carga de trabalho	S1, S2, S3 e S4
5	Restrições <i>soft</i> de preferência por turnos e localidades	S5 e S6

Fonte: O autor.

Com tais aspectos a serem considerados, optou-se pela geração de um cenário fictício pré-definido, no qual seria facilmente identificável caso algum desses quesitos não fosse satisfeito.

Tabela 18: Caracterização do cenário para validação do modelo.

Aspecto	Comentário
Número de médicos	18
Demanda	Unitária para toda localidade, turno e dia
Horizonte de planejamento	5 dias comerciais e 2 dias de final de semana
Número de turnos	3 turnos, sendo, respectivamente, manhã, tarde e noite
Número de localidades	2 localidades distantes, exemplificadas como São Paulo e Santos
Vetos de localidade	Pré-definidos de modo que apenas metade possa trabalhar em cada localidade
Valores para os parâmetros α_{H9} , α_{H10} , α_{S1} , α_{S2} , α_{S3} , α_{S4} ,	Pré-definidos, atribuídos os valores respectivos 4, 4, 2, 1, 3, 1

Fonte: O autor.

Inicialmente, criou-se o cenário sem a atribuição de quantidade suficiente de médicos para satisfazer o aspecto (1) da Tabela 17, com a solução sendo infactível. Após isso, criou-se uma lista fictícia de médicos, com nomes fictícios de modo que a inicial de cada nome correspondesse a uma letra do alfabeto, para melhor rastreabilidade.

Posteriormente, as restrições de cada um dos médicos foram feitas de modo que os nove primeiros médicos só pudessem trabalhar na localidade “São Paulo” (nomes com iniciais “A- ”I”) e os nove últimos na localidade ”Santos“(nomes com iniciais ”J- ”S”, excluindo “Q”). Além disso, a construção das disponibilidades dos médicos foi feita de maneira tal

a restringir que cada um deles tivesse apenas dois dias disponíveis de segunda a sexta, previamente definidos, e no final de semana uma quantidade restrita de médicos pudesse atuar, a fim de verificar se o modelo estaria tanto proibindo alocações excessivas quanto penalizando quebras de balanceamento, verificando os aspectos (2), (3) e (4) da Tabela 17.

Finalmente, realizou-se o teste incorporando preferências por certos turnos e localidades, fechando o último dos aspectos (5) a serem validados da Tabela 17. Com isso, gerou-se uma prévia do que seria a solução que otimiza o modelo e inseriram-se as informações de entrada por meio de arquivos na extensão (.csv), a fim de comprovar tanto os aspectos anteriormente discutidos quanto a leitura automatizada de dados e saída prevista. O resultado obtido nessa etapa foi de acordo com a prévia montada e encontra-se nas Figuras 19 e 20, evidenciando respectivamente as informações de solução fornecidas pelo *software Gurobi* e a escala gerada.

Figura 19: Informações de solução fornecidas pelo *software Gurobi* após finalização da otimização do cenário teste.

```
Gurobi Optimizer version 9.0.2 build v9.0.2rc0 (win64)
Optimize a model with 2335 rows, 1656 columns and 10367 nonzeros
Model fingerprint: 0x4e001e2d
Variable types: 0 continuous, 1656 integer (1134 binary)
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e+00, 3e+00]
  Objective range   [1e-03, 2e+02]
  Bounds range      [1e+00, 1e+00]
  RHS range         [1e+00, 4e+00]
Presolve removed 2331 rows and 1651 columns
Presolve time: 0.01s
Presolved: 4 rows, 5 columns, 8 nonzeros
Variable types: 0 continuous, 5 integer (4 binary)
Found heuristic solution: objective 500.0610000

Root relaxation: objective 4.000600e+02, 2 iterations, 0.00 seconds

   Nodes      |   Current Node   |   Objective Bounds   |   Work
  Expl Unexpl |  Obj  Depth IntInf | Incumbent    BestBd   Gap   | It/Node Time
*    0     0           0    400.0620000  400.06200  0.00%   -    0s

Explored 0 nodes (4 simplex iterations) in 0.01 seconds
Thread count was 8 (of 8 available processors)

Solution count 2: 400.062 500.061

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 4.000620000000e+02, best bound 4.000620000000e+02, gap 0.0000%
número de variáveis 1656
restrições 2335
Obj: 400.062
tempo 0.018951416015625
Gap 0.0
```

Fonte: O autor.

Figura 20: Escala que otimiza o cenário teste.

	Dia da Semana →	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
Localização ↓	Turno ↓/Dia →	1	2	3	4	5	6	7
São Paulo	Manhã	'André'	'Carlos'	'Daniela'	'Fábio'	'Helena'	'Bianca'	'André'
São Paulo	Tarde	'Carlos'	'Carlos'	'Daniela'	'Fábio'	'Helena'	'Eduardo'	'Gabriela'
São Paulo	Noite	'Bianca'	'André'	'Eduardo'	'Gabriela'	'Iago'	'Fábio'	'Helena'
Santos	Manhã	'Laura'	'Laura'	'Maurício'	'Omar'	'Renato'	'Nelson'	'Júlia'
Santos	Tarde	'Júlia'	'Laura'	'Maurício'	'Omar'	'Renato'	'Kenya'	'Paula'
Santos	Noite	'Kenya'	'Júlia'	'Nelson'	'Paula'	'Silvia'	'Omar'	'Renato'

Fonte: O autor.

Após a validação realizada, com resultados comprovados pela otimização do modelo e até mesmo pela pequena quantidade de soluções potenciais consideradas (apenas duas até convergência), partiu-se para os dois objetivos principais em termos de levantamentos de resultados, sendo esses a eficácia e a eficiência, a serem elaborados nas seções seguintes.

5.2 Verificação da Eficácia em Cenário Real

Com relação à averiguação da eficácia do modelo, utilizou-se um cenário real, de grupo hospitalar que opera em três localidades distintas na cidade de São Paulo e concordou com ceder os dados dentro dos *templates* em *Excel* comentados no capítulo anterior e explicitados na Figura 21, com a observação de que ocultaram-se algumas colunas da figura para que se tenha maior enfoque na lógica dos arquivos.

Figura 21: Imagem do *template* de coleta de preferências de cada médico para verificação de eficácia do modelo.

1- Inicialmente, preencher o nome que deseja que apareça na escala de trabalho para se referir a você:			
Nome a aparecer na escala de trabalho (Nome social):			

2- Preencher, na tabela 1 quais as localidades que tem preferência de trabalhar, dentre as apresentadas:	
a) Gostaria de trabalhar nessa localidade;	
b) Não gostaria de trabalhar nessa localidade;	

Tabela 1: Preferências por localização	
Hospital ↓	Comentário
Hospital A	a) Gostaria de trabalhar nessa localidade;
Hospital B	a) Gostaria de trabalhar nessa localidade;
Hospital C	a) Gostaria de trabalhar nessa localidade;

3- Preencher, na tabela 2, quais os dias da semana e turnos em que está:	
a) Indisponível - não há possibilidade de trabalhar no período;	
b) Disponível, porém não desejo trabalhar no período;	
c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	
A tabela 2 gerará os dados da tabela 3 de maneira automática, com base em uma semana padrão.	

Tabela 2: Entrada de dados semanais			
Período do dia ↓	Dia da semana → / Hospital ↓	Segunda	Sábado
Manhã	Hospital A	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	Não há serviço nesse período
	Hospital B	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	Não há serviço nesse período
	Hospital C	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
Tarde	Hospital A	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	Não há serviço nesse período
	Hospital B	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	Não há serviço nesse período
	Hospital C	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	Não há serviço nesse período

4- Realizar ajustes na tabela 3 caso haja divergência para certos turnos;	
Modificar valores diretamente na tabela 3, isso irá sobrepor as considerações da tabela 2, para os turnos em questão.	
Exemplos: "Na primeira semana, não posso trabalhar na terça";	
"Estarei indisponível do dia 10-20 do mês em questão."	

Tabela 3: Entrada de dados mensais			
Dia de Setembro →		1	30
Período do dia ↓	Dia da semana → / Hospital ↓	Terça	Quarta
Manhã	Hospital A	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
	Hospital B	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
	Hospital C	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
Tarde	Hospital A	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
	Hospital B	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.
	Hospital C	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.	c) Disponível e gostaria de trabalhar no período selecionado.

Fonte: O autor.

O grupo em questão é composto por 21 médicos e opera nos períodos da manhã e tarde, de segunda a sábado, conforme descrito na Tabela 19.

Tabela 19: Caracterização do cenário prático do TF.

Aspecto	Comentário
Número de médicos	21
Demanda	Segundo Tabela 20
Horizonte de planejamento	30 dias
Número de turnos	2 turnos, sendo, respectivamente, manhã e tarde
Número de localidades	3 hospitais, com os nomes omitidos para A, B e C
Vetos de localidade	Não há nenhum veto por parte das gestoras
Valores para os parâmetros $\alpha_{H9}, \alpha_{H10}, \alpha_{S1}, \alpha_{S2}, \alpha_{S3}, \alpha_{S4},$	Pré-definidos, atribuídos os valores respectivos 2, 0, 6, 1, 9, 3

Fonte: O autor.

Complementando a informação anterior, a Tabela 20 traz a relação de demanda segundo cada localidade, turno e dia da semana.

Tabela 20: Caracterização da demanda do cenário prático do TF.

Turno	Hospital/Dia da semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
Manhã	Hospital A	1	1	1	1	1	0	0
	Hospital B	1	1	1	1	1	0	0
	Hospital C	1	1	1	1	1	1	0
Tarde	Hospital A	1	1	1	1	1	0	0
	Hospital B	1	1	1	1	1	0	0
	Hospital C	1	1	1	1	1	0	0

Fonte: O autor.

Com base na resposta da preferência de cada médico, o código elaborado chega à solução que otimiza o modelo, com os seguintes dados relevantes sobre a instância em questão:

- **Nº Variáveis:** 7119
- **Nº Restrições:** 8145

- **Valor da Função Objetivo:** 7145,26
- **Tempo de Execução:** 0,14652061 segundos
- **Gap:** $1,889364 * 10^{-6}$

Com base na solução encontrada, o programa mostra, assim como no cenário teste observado na seção anterior, figura da escala gerada. Também é gerado um arquivo na extensão *(.csv)*, que pode ser editado a fim de tornar-se uma planilha de *Excel* na qual a visualização da escala de trabalho possa ser facilmente utilizada e compartilhada pelos gestores das equipes. A Figura 22 evidencia tal planilha, com a observação de que mostrou-se apenas a primeira semana da escala gerada, para melhor visualização.

Figura 22: Escala que otimiza a primeira semana do cenário real estudado no TF.

Dia da Semana		Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo
Localização	Turno/Dia	1	2	3	4	5	6
Hospital A	Manhã	André	André	Patricia	Liliane Paris	Turno sem demanda	Turno sem demanda
	Tarde	Laura Muzzi	Liliane Paris	Patricia	Giuliana	Turno sem demanda	Turno sem demanda
Hospital B	Manhã	Renata Assuncao	Thaia Narciso	Danielle Antunes	Rafaela Cardoso	Turno sem demanda	Turno sem demanda
	Tarde	Rafael Fiestras	Luciana	Juliana Nolasco	Sérgio Gomes	Turno sem demanda	Turno sem demanda
Hospital C	Manhã	Cris Suzuki	Ana Flávia	Cris Suzuki	Priscila	André	Turno sem demanda
	Tarde	Giuliana	Thaia Narciso	Rafaela Cardoso	Carolina Drummond	Turno sem demanda	Turno sem demanda

Fonte: O autor.

5.3 Teste da Eficiência Computacional do Modelo

O último aspecto a ser avaliado no TF é o desempenho computacional do modelo elaborado, para determinação de sua viabilidade para casos um pouco mais complexos e com maior número de localidades e médicos, quando comparado com o caso prático abordado na seção anterior. Para tal, levantaram-se 4 critérios para variarem segundo conjunto finito de opções possíveis, baseando-se nas conversas com os gestores de grupos médicos e visando a completude do trabalho. Tais informações encontram-se compiladas na Tabela 21, totalizando 108 combinações possíveis.

Tabela 21: Conjunto de aspectos para teste de eficiência computacional do modelo do TF.

Aspecto	Nº de opções	Descrição
Cenário analisado	3	Cenário Teste, Cenário prático 1 e Cenário prático 2
Número de médicos	4	30, 50, 100 e 200
Horizonte de planejamento (em dias)	3	5, 14 e 30
Disponibilidade dos médicos	3	Caso irrestrito (a), caso moderadamente restritivo (b) e caso fortemente restritivo (c)

Fonte: O autor.

Com relação aos cenários utilizados segundo a Tabela 21, os dados de demanda e localidade do cenário teste são os mesmos utilizados na seção de validação de dados, explicitados na Tabela 18. Os dados de demanda e localidade do cenário prático 1 são os mesmos descritos na seção anterior, nas Tabelas 19 e 20. Os dados sobre o cenário prático 2 se dão segundo as Tabelas 22 e 23, que é uma outra realidade hospitalar real, um pouco mais complexa do que o cenário anterior.

Tabela 22: Caracterização do cenário prático 2 para teste de eficiência do modelo.

Aspecto	Comentário
Número de médicos	Variável segundo instância gerada
Demanda	Segundo Tabela 23
Horizonte de planejamento	Variável segundo instância gerada
Número de turnos	3 turnos, sendo, respectivamente, manhã, tarde e noite
Número de localidades	3 localidades, Pronto Socorro, Centro Obstétrico e Visita
Vetos de localidade	Variável segundo instância gerada
Valores para os parâmetros α_{H9} , α_{H10} , α_{S1} , α_{S2} , α_{S3} , α_{S4} ,	Variável segundo instância gerada

Fonte: O autor.

Tabela 23: Caracterização da demanda do cenário prático 2 para teste de eficiência do modelo.

Turno	Hospital/Dia da Semana	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
Manhã	Pronto Socorro	5	5	5	5	5	3	2
	Centro Obstétrico	4	4	4	4	4	4	3
	Visita	2	2	2	2	2	1	1
Tarde	Pronto Socorro	5	5	5	5	5	3	2
	Centro Obstétrico	4	4	4	4	4	4	3
	Visita	2	2	2	2	2	0	0
Noite	Pronto Socorro	2	2	2	2	2	2	2
	Centro Obstétrico	2	2	2	2	2	2	2
	Visita	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: O autor.

Já com relação à disponibilidade dos médicos, caracterizou-se cada caso da seguinte maneira:

- Caso irrestrito - caracterizado por nenhum médico ter turnos indisponíveis ou indesejáveis, além de nenhum médico estar vetado pelos gestores em alguma localidade;
- Caso moderadamente restritivo - caracterizado por cada médico estar indisponível em 3/7 dos turnos e 1/7 dos turnos serem indesejáveis, além de probabilidade de 5% de um médico estar vetado pelos gestores em uma determinada localidade;
- Caso fortemente restritivo - caracterizado por cada médico estar indisponível em 4/7 dos turnos e 1/7 dos turnos serem indesejáveis, além de probabilidade de 10% de um médico estar vetado pelos gestores em uma determinada localidade.

Além disso, como comentário final, tem-se que certos parâmetros dependem da instância gerada, uma vez que o mínimo, máximo e número ideal de turnos a serem realizados variam segundo cenário, horizonte de planejamento e número de médicos. Assim sendo, a Tabela 24 representa o cálculo realizado para a determinação dos parâmetros em questão de acordo com cada instância gerada, considerando que as divisões são arredondadas para o inteiro mais próximo.

Tabela 24: Determinação do valor dos parâmetros α segundo cada cenário.

Parâmetro	Expressão para determinação do valor do parâmetro
α_{H9}	$\frac{ I' }{2} + 1$
α_{H10}	$2\frac{ I }{7} + 1$
α_{S1}	$\frac{1}{ N } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \delta_{ijk}$
α_{S2}	$\frac{1}{ N } \sum_{i \in I'} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \delta_{ijk}$
α_{S3}	$\frac{2}{ N } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \delta_{ijk}$
α_{S4}	$\frac{1}{2 N } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \delta_{ijk}$

Fonte: O autor.

Com base nessas 108 combinações, obtiveram-se os dados sobre número de variáveis, número de restrições, valor da função objetivo, tempo computacional e *gap* percentual da solução. Com a finalidade de mitigar efeitos da geração aleatória de dados e eventuais quedas de desempenho computacional, para cada conjunto de restrições foram geradas 10 instâncias, e os resultados obtidos foram a média de cada um dos respectivos valores, em que a ordem de execução de cada uma das combinações possíveis foi feita de forma aleatória. As Tabelas 25, 26 e 27 apresentam os resultados obtidos segundo cada combinação gerada, com o número da combinação analisada, tipo de cenário de demanda, número de médicos, número de dias do horizonte de planejamento, caso de disponibilidade dos médicos, número de variáveis, número de restrições, valor da função objetivo, tempo de execução e *gap* de otimalidade. Por fim, há as observações de que as combinações com um traço (75, 77, 78, 80 e 81) não apresentaram solução factível e de que como critérios de parada adotaram-se o limite de 1 hora (3600s) e *gap* de otimalidade de 10^{-4} .

Tabela 25: Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário Teste.

Nº	Cenário	Nº Médicos	Dias	Disp.	Nº Variáveis	Nº Restrições	Função Objetivo	Tempo de exec.	Gap
1	Teste	30	5	(a)	2040	2400	0,05	0,5055	0
2	Teste	30	5	(b)	2040	2656,2	10,05	0,1043	0,00001798
3	Teste	30	5	(c)	2040	2732	60,05	0,0604	0,00005862
4	Teste	30	14	(a)	5280	6504	1200,13	0,6314	0,00004999
5	Teste	30	14	(b)	5280	7234,5	1248,13	0,217	0,00003388
6	Teste	30	14	(c)	5280	7420,5	1368,14	0,1181	0,00001958
7	Teste	30	30	(a)	11040	13800	0,24	146,295	0
8	Teste	30	30	(b)	11040	15346	112,24	4,752	0,00000422
9	Teste	30	30	(c)	11040	15745,7	402,27	0,5442	0,00002906
10	Teste	50	5	(a)	3400	3980	0,05	0,3375	0
11	Teste	50	5	(b)	3400	4425,2	0,05	0,1081	0
12	Teste	50	5	(c)	3400	4536,2	0,05	0,0652	0
13	Teste	50	14	(a)	8800	10784	1700,13	1,344	0,00003764
14	Teste	50	14	(b)	8800	11978,2	1720,14	0,3043	0,00003736
15	Teste	50	14	(c)	8800	12296,2	1780,14	0,1727	0,00002603
16	Teste	50	30	(a)	18400	22880	2500,3	5,4406	0,00005959
17	Teste	50	30	(b)	18400	25469,6	2635,28	1,378	0,0000419
18	Teste	50	30	(c)	18400	26114,4	3067,28	0,5645	0,00002551
19	Teste	100	5	(a)	6800	7930	0,05	1,5223	0
20	Teste	100	5	(b)	6800	8802,6	0,05	0,1906	0
21	Teste	100	5	(c)	6800	9045,5	0,05	0,106	0
22	Teste	100	14	(a)	17600	21484	0,14	14,7002	0
23	Teste	100	14	(b)	17600	23900,9	0,14	0,9552	0
24	Teste	100	14	(c)	17600	24528,7	0,14	0,397	0
25	Teste	100	30	(a)	36800	45580	4000,29	15,1898	0,00003375
26	Teste	100	30	(b)	36800	50753,8	4050,29	2,1988	0,00003539
27	Teste	100	30	(c)	36800	52060,7	4205,29	0,9541	0,0000329
28	Teste	200	5	(a)	13600	15830	0,05	4,0391	0
29	Teste	200	5	(b)	13600	17575,1	0,05	0,357	0
30	Teste	200	5	(c)	13600	18052,8	0,05	0,1944	0
31	Teste	200	14	(a)	35200	42884	0,14	32,3509	0
32	Teste	200	14	(b)	35200	47741,4	0,14	1,3412	0
33	Teste	200	14	(c)	35200	48965,4	0,14	0,6896	0
34	Teste	200	30	(a)	73600	90980	0,3	351,1827	0
35	Teste	200	30	(b)	73600	101298,8	0,3	7,9534	0
36	Teste	200	30	(c)	73600	103940,8	0,3	3,4216	0

Fonte: O autor.

Tabela 26: Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário prático 1.

Nº	Cenário	Nº Médicos	Dias	Disp.	Nº Variáveis	Nº Restrições	Função Objetivo	Tempo de exec.	Gap
37	Prático 1	30	5	(a)	1920	1830	0,06	20	0
38	Prático 1	30	5	(b)	1920	2008,6	10,06	0,0718	0,00001199
39	Prático 1	30	5	(c)	1920	2062,2	85,06	0,0408	0,00005796
40	Prático 1	30	14	(a)	4890	4854	100,11	37,2474	0
41	Prático 1	30	14	(b)	4890	5346,6	100,11	0,2306	0,00008091
42	Prático 1	30	14	(c)	4890	5470,9	137,12	0,097	0,00007994
43	Prático 1	30	30	(a)	10170	10230	1800,26	0,4518	0,0000661
44	Prático 1	30	30	(b)	10170	11267,1	1800,26	0,2718	0,00004801
45*	Prático 1	30	30	(c)	10170	11539,9	1874,26	0,1275	0,00002526
46	Prático 1	50	5	(a)	3200	3030	0,06	0,6343	0
47	Prático 1	50	5	(b)	3200	3327,5	0,06	0,0917	0
48	Prático 1	50	5	(c)	3200	3411,3	0,06	0,0594	0
49	Prático 1	50	14	(a)	8150	8034	600,12	0,262	0,00008832
50	Prático 1	50	14	(b)	8150	8858,3	600,12	0,1143	0,00009098
51	Prático 1	50	14	(c)	8150	9060,6	635,12	0,0846	0,00006255
52	Prático 1	50	30	(a)	16950	16930	1800,27	0,7117	0,00007277
53	Prático 1	50	30	(b)	16950	18648	1800,27	0,3591	0,00006246
54	Prático 1	50	30	(c)	16950	19115,1	1848,26	0,2544	0,00003406
55	Prático 1	100	5	(a)	6400	6030	0,06	1,8319	0
56	Prático 1	100	5	(b)	6400	6638,3	0,06	0,1494	0
57	Prático 1	100	5	(c)	6400	6801,9	0,06	0,0998	0
58	Prático 1	100	14	(a)	16300	15984	0,12	7,9745	0
59	Prático 1	100	14	(b)	16300	17596,6	0,12	0,3598	0
60	Prático 1	100	14	(c)	16300	18063,7	0,12	0,2184	0
61	Prático 1	100	30	(a)	33900	33680	1800,27	1,7987	0,00007332
62	Prático 1	100	30	(b)	33900	37147,2	1810,26	0,5806	0,00006867
63	Prático 1	100	30	(c)	33900	38029,3	1825,27	0,3945	0,00006375
64	Prático 1	200	5	(a)	12800	12030	0,06	3,4203	0
65	Prático 1	200	5	(b)	12800	13230,8	0,06	0,2794	0
66	Prático 1	200	5	(c)	12800	13581,7	0,06	0,1749	0
67	Prático 1	200	14	(a)	32600	31884	0,12	19,3336	0
68	Prático 1	200	14	(b)	32600	35168,5	0,12	0,6627	0
69	Prático 1	200	14	(c)	32600	36011,7	0,12	0,4166	0
70	Prático 1	200	30	(a)	67800	67180	0,27	162,8783	0
71	Prático 1	200	30	(b)	67800	74096,7	0,27	2,156	0
72	Prático 1	200	30	(c)	67800	75884	0,27	1,2963	0

Fonte: O autor.

*Cenário mais próximo do caso real obtido com os gestores das equipes médicas.

Tabela 27: Dados coletados a partir das instâncias geradas para averiguação da eficiência computacional do modelo do TF - Cenário Prático 2.

Nº	Cenário	Nº Médicos	Dias	Disp.	Nº Variáveis	Nº Restrições	Função Objetivo	Tempo de exec.	Gap
73	Prático 2	30	5	(a)	2520	1965	500,21	1,6905	0,00005148
74	Prático 2	30	5	(b)	2520	2225,9	2030,22	0,373	0,00000046
75	Prático 2	30	5	(c)	-	-	-	-	-
76	Prático 2	30	14	(a)	6570	5286	700,52	17,0874	0,00009136
77	Prático 2	30	14	(b)	-	-	-	-	-
78	Prático 2	30	14	(c)	-	-	-	-	-
79	Prático 2	30	30	(a)	13770	11190	201,04	721,289	0,00005969
80	Prático 2	30	30	(b)	-	-	-	-	-
81	Prático 2	30	30	(c)	-	-	-	-	-
82	Prático 2	50	5	(a)	4200	3245	1500,2	0,4504	0,000023
83	Prático 2	50	5	(b)	4200	3693,3	1510,22	0,129	0,00002091
84	Prático 2	50	5	(c)	4200	3813,7	2053,22	0,0701	0,00000417
85	Prático 2	50	14	(a)	10950	8726	6200,61	2,0024	0,00004935
86	Prático 2	50	14	(b)	10950	9948,8	6246,54	0,5458	0,00000804
87	Prático 2	50	14	(c)	10950	10265	7178,57	0,2456	0,00000174
88	Prático 2	50	30	(a)	22950	18470	5201,29	16,8444	0,00008113
89	Prático 2	50	30	(b)	22950	21052,4	5201,12	2,722	0,00000626
90	Prático 2	50	30	(c)	22950	21696,7	7135,22	0,7315	0,00000255
91	Prático 2	100	5	(a)	8400	6445	1500,23	0,4698	0,00007466
92	Prático 2	100	5	(b)	8400	7343,6	1500,23	0,2309	0,00005383
93	Prático 2	100	5	(c)	8400	7582,5	1605,22	0,1341	0,0000248
94	Prático 2	100	14	(a)	21900	17326	1800,54	106,4605	0,00007609
95	Prático 2	100	14	(b)	21900	19747,9	1817,55	1,1126	0,00004268
96	Prático 2	100	14	(c)	21900	20401,6	1919,58	0,5552	0,00003319
97	Prático 2	100	30	(a)	45900	36670	5201,19	3202,1543	0,00009825
98**	Prático 2	100	30	(b)	45900	41816,1	5262,08	6,2392	0,00001741
99	Prático 2	100	30	(c)	45900	43178,9	5526,15	2,075	0,00001253
100	Prático 2	200	5	(a)	16800	12845	0,24	8,6428	0
101	Prático 2	200	5	(b)	16800	14609,4	0,24	0,5104	0
102	Prático 2	200	5	(c)	16800	15104,3	0,24	0,2445	0
103	Prático 2	200	14	(a)	43800	34526	6800,61	7,108	0,00004367
104	Prático 2	200	14	(b)	43800	39401,1	6800,6	1,678	0,00004243
105	Prático 2	200	14	(c)	43800	40653,2	6905,59	0,8918	0,00002755
106	Prático 2	200	30	(a)	91800	73070	10201,29	12,4069	0,00006107
107	Prático 2	200	30	(b)	91800	83388,6	10201,26	3,2609	0,00005649
108	Prático 2	200	30	(c)	91800	86072,2	10525,14	5,1765	0,00001204

Fonte: O autor.

** Situação mais próxima da realidade do grupo que atua no cenário prático 2.

A seção seguinte se dedica à análise dos dados gerados nas tabelas anteriores, estratificando os dados para identificação de conclusões relevantes sobre os parâmetros avaliados.

5.4 Discussão de Resultados

Com base nos resultados obtidos na seção anterior, inicialmente atenta-se ao fato de que algumas instâncias não obtiveram soluções factíveis por conta da combinação do número de médicos disponíveis e caso de restrição não ser suficiente para satisfazer a demanda de todos os períodos. Além disso, já a primeira vista, observam-se diversos fatos curiosos, uma vez que para o conjunto total de dados, não há aparente correlação entre o número de variáveis e tempo de execução nem entre o número de restrições e tempo de execução, como pode se observar nas Figuras 23, 24 e 25.

Figura 23: Gráfico com comparação de tempo de execução e número de variáveis em todas as combinações testadas.

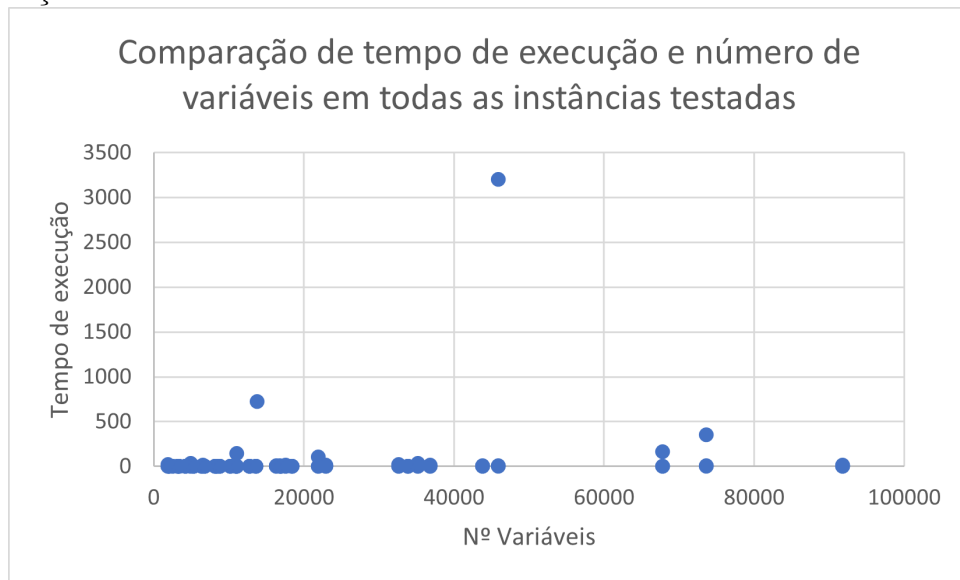
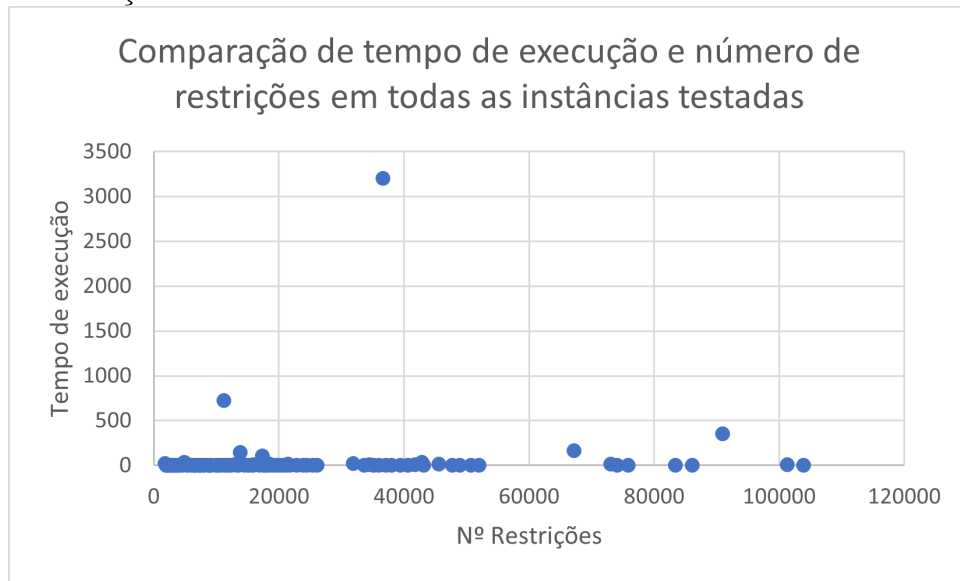
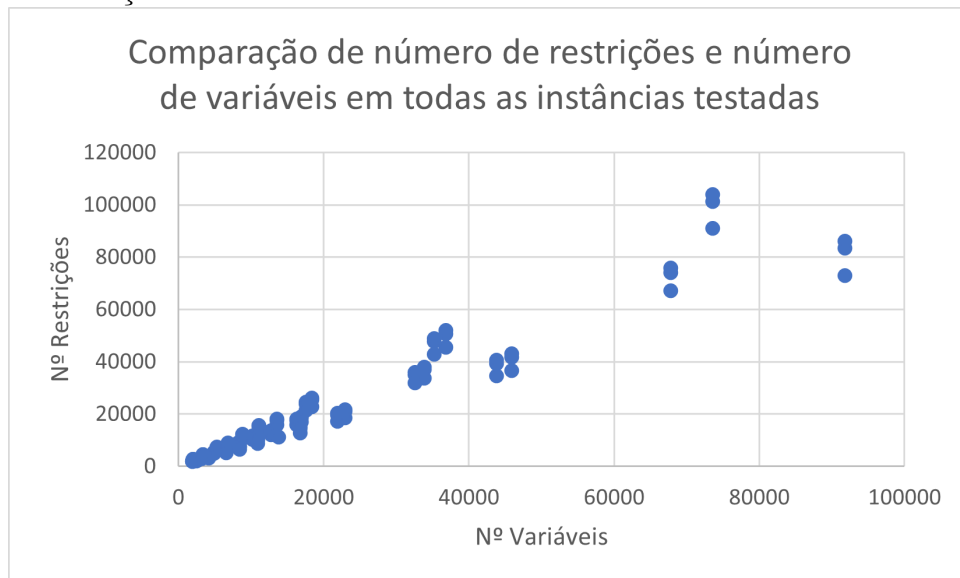


Figura 24: Gráfico com comparação de tempo de execução e número de restrições em todas as combinações testadas.



Fonte: O autor.

Figura 25: Gráfico com comparação entre número de restrições e número de variáveis em todas as combinações testadas.



Fonte: O autor.

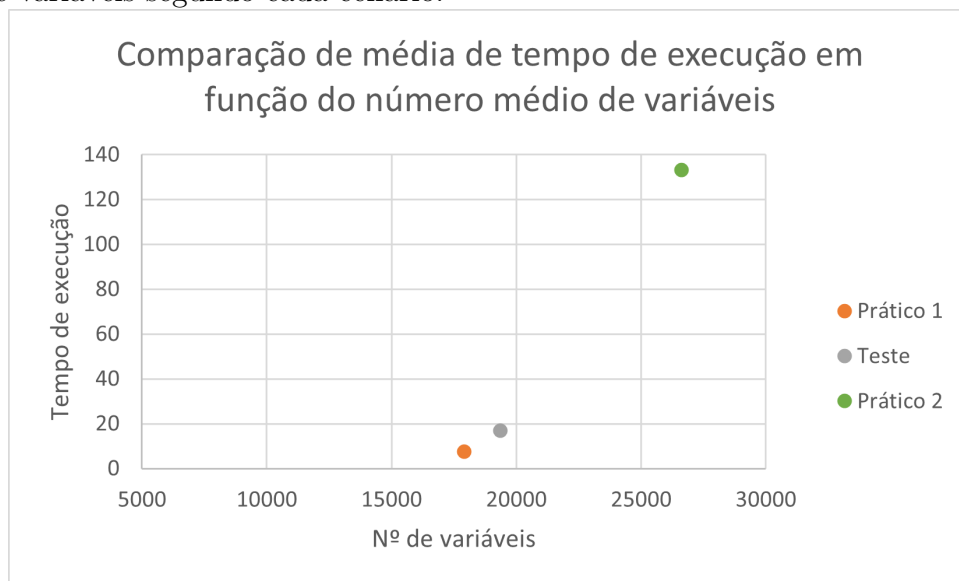
Essa aparente falta de correlação se dá pelo fato de que há a presença mais forte de determinados fatores agindo no aspecto do tempo de execução, de modo que a segmentação dos dados segundo cada um dos quatro critérios que variaram é necessária a

fim de obtenção de análises relevantes para os resultados. As quatro subseções seguintes tratarão, de maneira sucinta, de explicitar tais constatações.

5.4.1 Segmentação dos Resultados por Cenário Analisado

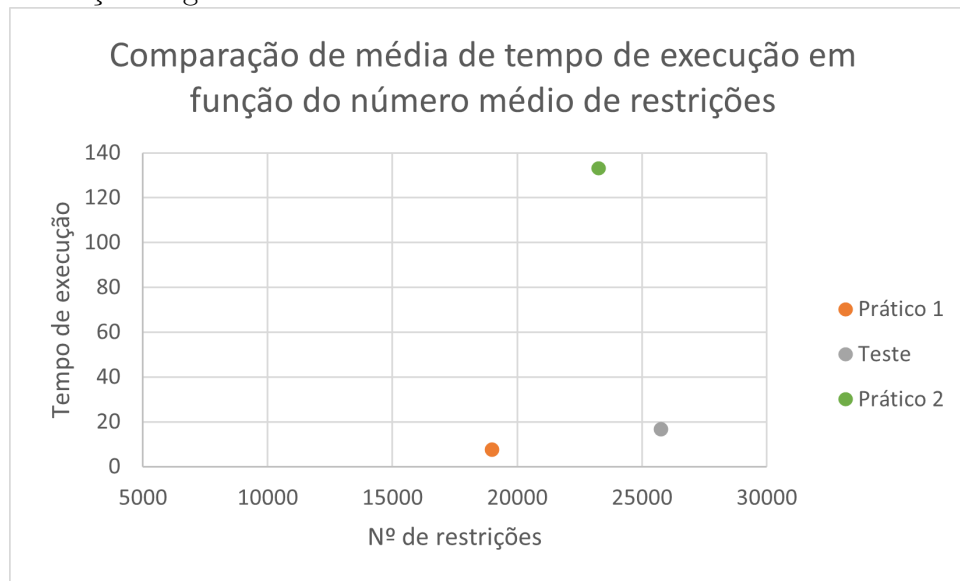
Com relação à análise segundo cada cenário analisado, pode-se fazer uma observação interessante, na medida em que se observa um aumento no tempo de execução em virtude do maior número de variáveis (uma vez que os cenários aumentam em complexidade), porém não se observa o mesmo segundo número de restrições, o que sugere que há outros fatores mais relevantes para a redução do tempo para que o modelo seja otimizado. Observam-se, nas Figuras 26 e 27 tais interações.

Figura 26: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada cenário.



Fonte: O autor.

Figura 27: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada cenário.



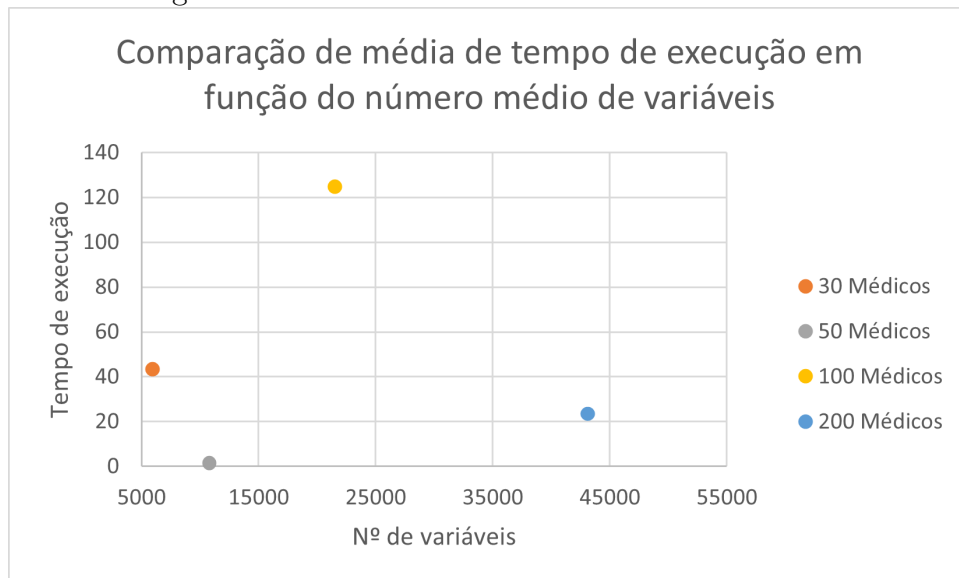
Fonte: O autor.

Assim sendo, torna-se interessante a análise de que mesmo para um modelo com complexidade um pouco maior (como é o caso prático 2), é possível que se chegue a um tempo de execução relativamente pequeno a fim de se gerar uma escala otimizada de trabalho.

5.4.2 Segmentação dos Resultados por Número de Médicos

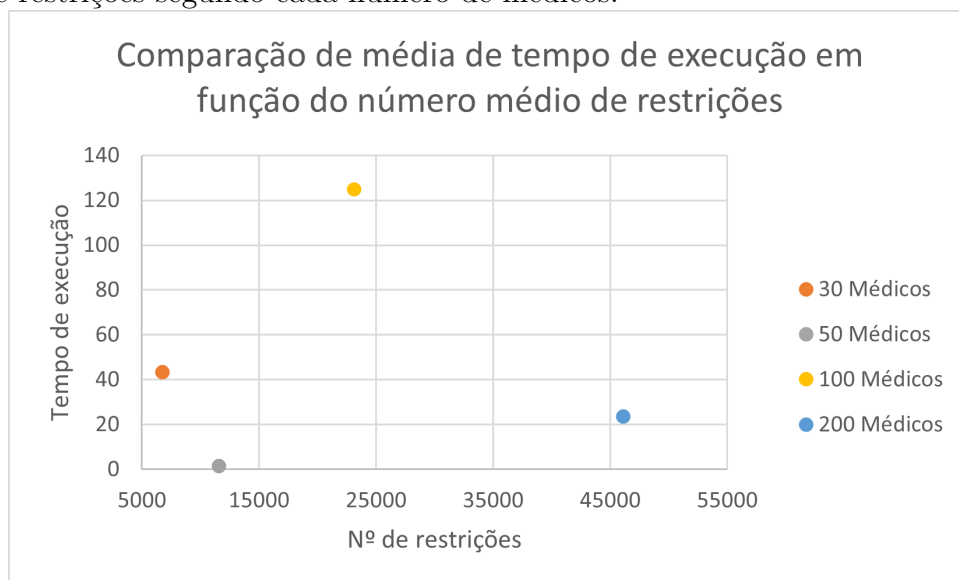
Para a comparação segundo diferentes números de médicos, observou-se que, ao contrário do previsto, não há uma relação clara de que o aumento na quantidade de funcionários seja o principal fator no aumento do tempo para se chegar na solução otimizada. Tal constatação se observa a partir da análise das Figuras 28 e 29.

Figura 28: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada número de médicos.



Fonte: O autor.

Figura 29: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada número de médicos.



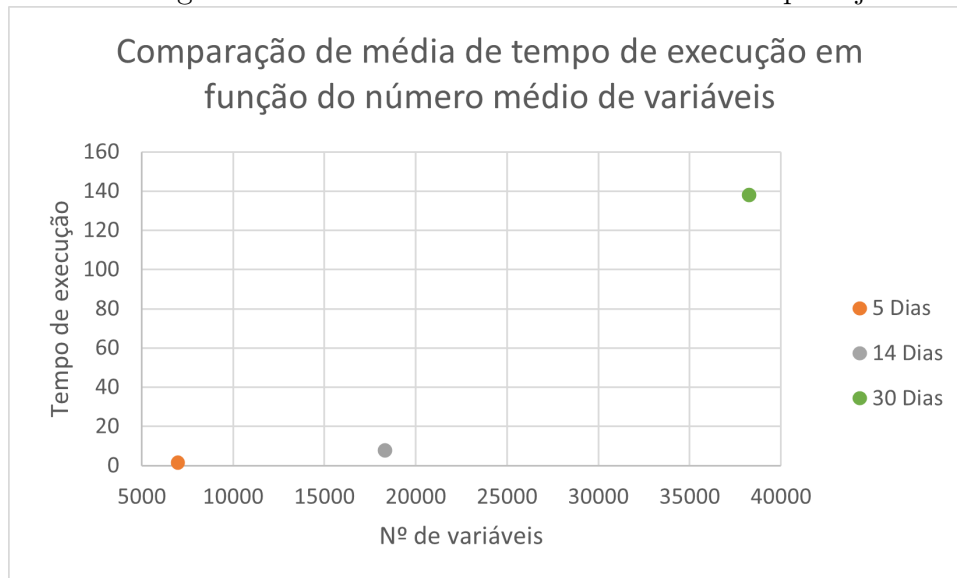
Fonte: O autor.

Com base nisso, pode-se concluir que há outros fatores mais relevantes para a eficiência computacional do modelo, a serem observados nas demais subseções.

5.4.3 Segmentação dos Resultados por Número de Dias no Horizonte de Planejamento

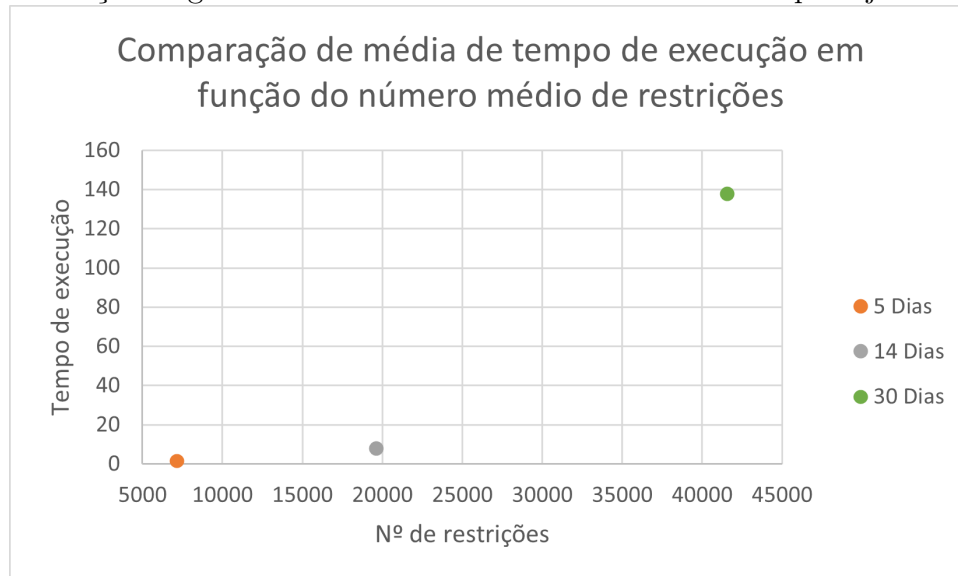
Juntamente com a próxima, esta subseção apresenta gráficos que esclarecem os fatores de maior impacto na eficiência computacional do código elaborado e do modelo apresentado, uma vez que são as que apresentam informações que vão em linha com aquilo que se esperava observar. Com relação ao número de dias no horizonte de planejamento, torna-se evidente que há grande aumento do tempo computacional à medida em que se aumentam o número de dias, e, conseqüentemente, número de variáveis e restrições contempladas. As Figuras 30 e 31 trazem tais constatações.

Figura 30: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada número de dias do horizonte de planejamento.



Fonte: O autor.

Figura 31: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada número de dias do horizonte de planejamento.



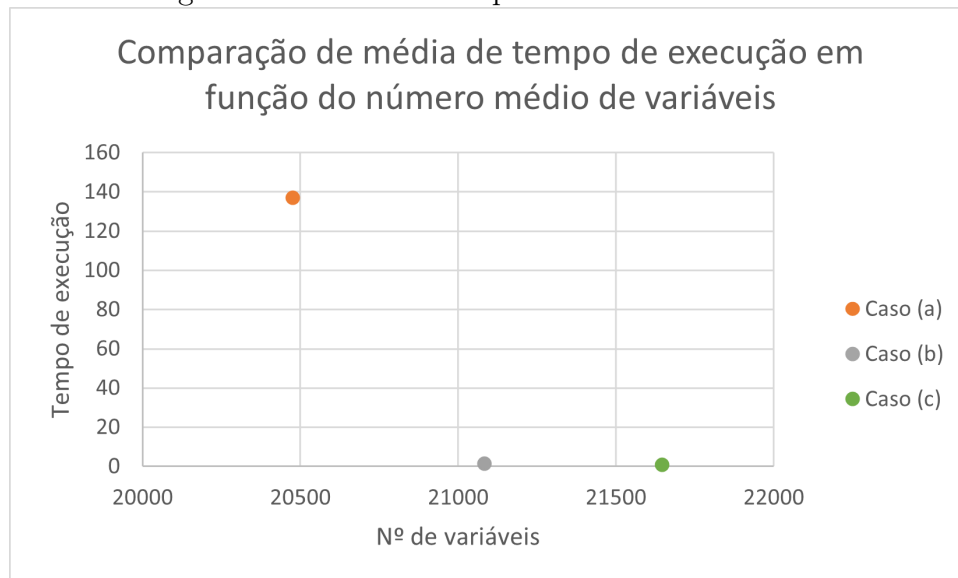
Fonte: O autor.

Com isso, conclui-se que conforme se aumenta o número de dias para o qual se quer gerar uma escala de trabalho, maior será a complexidade e o tempo gasto para que a geração ocorra.

5.4.4 Segmentação dos Resultados por Disponibilidade dos Médicos

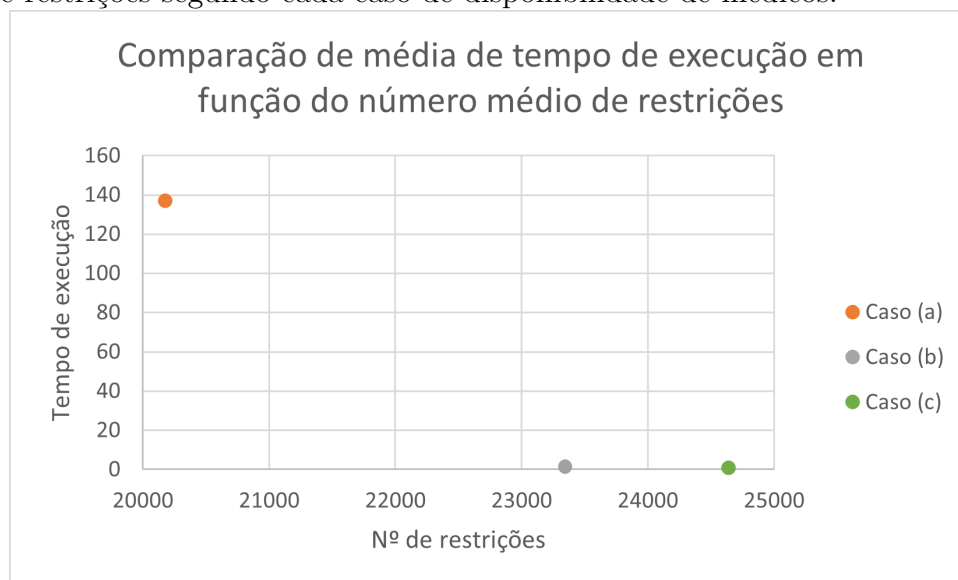
Finalmente, com relação à disponibilidade dos médicos, observou-se que, assim como no aspecto anterior, também se trata de um fator central a impactar no tempo de execução. Quanto maior o número de restrições apresentadas pelos médicos, seja em virtude de indisponibilidade, seja por vetos por parte dos gestores, há uma grande diminuição no tempo de execução do código elaborado. As Figuras 32 e 33 permitem tais observações.

Figura 32: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de variáveis segundo cada caso de disponibilidade de médicos.



Fonte: O autor.

Figura 33: Gráfico com comparação de média de tempo de execução em função do número médio de restrições segundo cada caso de disponibilidade de médicos.



Fonte: O autor.

Tal fato ocorre devido ao fato de que o modelo do PGETM em questão, por mais que possa ter grande número de variáveis, consegue reduzir o número de nós a serem explorados, uma vez que a proibição ou a não disponibilidade de um médico faz com

que diversos nós sejam ineficazes. Assim sendo, faz sentido que conforme haja mais restrições e menor disponibilidade de médicos em cada turno, se reduzam drasticamente a quantidade de nós a serem explorados e, conseqüentemente, o tempo de execução do código elaborado.

A fim de resumir as informações descritas nas últimas subseções, a última subseção tratará de realizar breve consolidação para a afirmação das principais análises dos resultados obtidos.

5.4.5 Consolidação das Análises Realizadas

Diante das segmentações realizadas, torna-se relevante inicialmente a constatação de que, mesmo para casos mais complexos, com baixa restritividade dos médicos, horizonte de planejamento de um mês, alta demanda em cada turno e grande número de médicos, o código elaborado e modelo foi capaz de chegar à otimização em tempo bastante satisfatório, com valor máximo não passando de 1 hora.

Com relação aos aspectos que mais impactam o tempo de execução, observou-se que tanto a quantidade de dias do horizonte de planejamento quanto a restritividade dos médicos, isto é, quanto menos restrições/preferências houver, maior será o tempo para que se chegue à solução que otimiza o modelo.

Finalmente, considerando que a atividade de geração manual de escalas de trabalho usualmente é tarefa que leva diversas horas ou dias mesmo em casos simples, sendo que sequer há alguma comprovação de que uma escala gerada é boa em termos da satisfação das preferências dos médicos, chega-se a uma análise final muito favorável à incorporação do uso do modelo para geração automatizada. Conforme evidenciado pelos gestores, a praticidade de se ter um programa que auxilie nessa geração proporciona diversos benefícios não só no ganho de tempo, mas também na garantia de que a equipe como um todo esteja trabalhando nos turnos que mais gostariam, assim aumentando a satisfação, e, conseqüentemente, a qualidade do serviço prestado. Além disso, caso haja mudanças na demanda de determinado período ou o grupo passe a atender em mais localidades, o auxílio de um programa que consiga facilmente incorporar tal mudança é muito positivamente notado. Assim sendo, a possibilidade de obtenção de escala otimizada em tempos rápidos (por volta de 6 segundos para um caso relativamente complexo, como evidenciado na combinação 98 da Tabela 27) tem grande valor para auxiliar o gestor a tomar melhores decisões na área em questão.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho, foi abordado o Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos, caracterizado por ser um caso particular dentro da área médica do Problema de Alocação de Funcionários, no qual se busca a alocação de médicos em turnos de trabalho, a fim da satisfação da demanda a cada turno e da maximização das preferências da equipe em questão. Para isso, um modelo matemático foi proposto com base nas especificidades de um grupo hospitalar que trabalha na cidade de São Paulo. A partir do modelo desenvolvido, fez-se um estudo de caso com esse grupo hospitalar, coletando as necessidades dos gestores e as preferências dos médicos da equipe em questão.

Com base nos resultados obtidos e nas análises realizadas, conclui-se que o trabalho elaborado apresentou diversos aspectos positivos em termos de sua aplicabilidade, tanto em eficácia quanto eficiência computacional. Isso vai em linha com os objetivos iniciais do trabalho, apresentando uma modelagem matemática adequada para o Problema de Geração de Escalas de Trabalho para Médicos, a fim de auxílio no nível tático e operacional por parte dos coordenadores e gestores de equipes médicas. Além disso, o objetivo de exercitar a aplicação da metodologia de Pesquisa Operacional também foi alcançado, na medida em que apresentou-se um problema do mundo real, revisão da literatura sobre o tema, escolha de abordagem de solução e modelagem do problema.

Finalmente, com relação aos comentários recebidos dos gestores de grupos médicos, observa-se que a solução proposta pode trazer diversos benefícios gerenciais em termos de economia de tempo e em termos de maximização da satisfação dos médicos, além de dar mais segurança de que o dia a dia do grupo está sendo gerenciado da melhor forma possível. Como ponto de melhoria, foi destacado tornar a planilha de entrada de dados mais enxuta, uma vez que por conter muitas informações poderia gerar margem para dúvidas.

Como perspectivas futuras e possibilidades de incorporações para o modelo elaborado, podem-se levantar:

- Integração da geração de escalas com a gestão e acompanhamento diário para trocas pontuais devido a exceções (por exemplo, faltas);
- Integração do modelo proposto com a gestão contábil de cada médico, permitindo gerir conjuntamente as alocações e a quantia a receber por cada profissional;
- Incorporação de restrições que garantam padrões recorrentes de alocações, como exemplo, repetir semanal ou quinzenalmente uma alocação, podendo ocorrer revezamento entre médicos;
- Possibilidade de seleção de quais restrições *soft* devem ser consideradas e qual a atribuição de pesos respectivos, permitindo assim maior flexibilidade do modelo para aplicação em diversas realidades de grupos médicos;
- Adaptação do modelo determinístico para um modelo probabilístico, incorporando conceitos de modelagem estocástica, por exemplo, incorporando variações de demanda e probabilidades associadas a tais variações.

Em termos pedagógicos e pessoais, o trabalho em questão proporcionou o enriquecimento nas seguintes áreas:

- I. Entendimento das estruturas e desenvolvimento de um trabalho acadêmico, prezando pela forma e metodologia de Engenharia;
- II. Gestão de tempo, prazos e recursos, maximizando a eficiência da produção acadêmica e conciliando a elaboração com demais aspectos do cotidiano;
- III. Habilidades de negociação, seja com os gestores de áreas médicas, professor orientador ou negociações intrapessoais, contrapondo diversas possibilidades e chegando-se a um meio termo que vise maximização da satisfação geral;
- IV. Integração entre diversas ferramentas da tecnologia e de técnicas aprendidas no curso de Engenharia de Produção, como integrar Pesquisa Operacional, tradução de necessidades de clientes, criação de interface de usuário amigável, *Python*, *Excel* e *displays* gráficos;
- V. Determinação de hierarquias e prioridades, na medida em que toda produção deve estabelecer um escopo e escolher os aspectos que serão alvo de estudo e de dedicação de tempo;

- VI. Autoconhecimento, na medida em que foi possível ter um entendimento dos pontos fortes e fracos do autor, tal como assimilar as pressões internas relacionadas a prazos, expectativas e retornos.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, M. W. The metrics of workforce planning. *Public Personnel Management*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 33, n. 4, p. 363–378, 2004.
- APPELBAUM, S.; WOHL, L. Transformation or change: some prescriptions for health care organizations. *Managing Service Quality: An International Journal*, v. 10, n. 5, p. 279–298, 2000.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. A survey on matheuristics for routing problems. *EURO Journal on Computational Optimization*, Springer, v. 2, n. 4, p. 223–246, 2014.
- ATLASON, J.; EPELMAN, M. A.; HENDERSON, S. G. Optimizing call center staffing using simulation and analytic center cutting-plane methods. *Management Science*, v. 54, n. 2, p. 295–309, 2008.
- AVRAMIDIS, A. N. et al. Optimizing daily agent scheduling in a multiskill call center. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 200, n. 3, p. 822–832, 2010.
- AZMAT, C. S.; HÜRLIMANN, T.; WIDMER, M. Mixed integer programming to schedule a single-shift workforce under annualized hours. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 128, n. 1-4, p. 199–215, 2004.
- BAKER, G. R. Healthcare managers in the complex world of health care. *Frontiers of Health Services Management*, v. 18, n. 2, p. 23–32, 2001.
- BARD, J. F.; MORTON, D. P.; WANG, Y. M. Workforce planning at usps mail processing and distribution centers using stochastic optimization. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 155, n. 1, p. 51–78, 2007.
- BARRETO, A.; BARROS, M. de O.; WERNER, C. M. Staffing a software project: A constraint satisfaction and optimization-based approach. *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 10, p. 3073 – 3089, 2008.
- BELIËN, J. et al. Integrated staffing and scheduling for an aircraft line maintenance problem. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 4, p. 1023 – 1033, 2013.
- BERGH, J. Van den et al. Personnel scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 226, n. 3, p. 367–385, 2013.
- BRUCKER, P.; QU, R.; BURKE, E. Personnel scheduling: Models and complexity. *European Journal of Operational Research*, v. 210, n. 3, p. 467 – 473, 2011.
- BRUECKER, P. D. et al. Workforce planning incorporating skills: State of the art. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 243, n. 1, p. 1–16, 2015.
- BRUSCO, M.; SHOWALTER, M. Constrained nurse staffing analysis. *Omega*, v. 21, n. 2, p. 175 – 186, 1993.

- BURKE, E. et al. A scatter search for the nurse rostering problem. *Journal of the Operational Research Society*, v. 67, p. 1667–1679, 01 2010.
- BURKE, E. K. et al. The state of the art of nurse rostering. *Journal of scheduling*, Springer, v. 7, n. 6, p. 441–499, 2004.
- BUSH, R. R.; MOSTELLER, F. A mathematical model for simple learning. *Psychological review*, American Psychological Association, v. 58, n. 5, p. 313, 1951.
- CAUNHYE, A. M.; NIE, X.; POKHAREL, S. Optimization models in emergency logistics: A literature review. *Socio-economic planning sciences*, Elsevier, v. 46, n. 1, p. 4–13, 2012.
- CHAPADOS, N.; JOLIVEAU, M.; ROUSSEAU, L.-M. Retail store workforce scheduling by expected operating income maximization. In: SPRINGER. *International Conference on AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*. [S.l.], 2011. p. 53–58.
- CHEANG, B. et al. Nurse rostering problems - a bibliographic survey. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 151, n. 3, p. 447–460, 2003.
- CISSE, M. et al. Or problems related to home health care: A review of relevant routing and scheduling problems. *Operations Research for Health Care*, Elsevier, v. 13, p. 1–22, 2017.
- COTE, M. J.; TUCKER, S. L. Four methodologies to improve healthcare demand forecasting. *Healthcare Financial Management*, Healthcare Financial Management Association, v. 55, n. 5, p. 54–54, 2001.
- COTTEN, A. *Seven steps of effective workforce planning*. [S.l.]: IBM Center for the Business of government, 2007.
- CREMESP. *RESOLUÇÃO CREMESP Nº 90, DE 21 DE MARÇO DE 2000*. 2000. Acesso em: 02/07/2020. Disponível em: http://www.cremesp.org.br/library/modulos/legislacao/versao_impressao.php?id=3212&versao=integra.
- DELGADO, M. G. *Curso de Direito do Trabalho*. 9. ed. [S.l.]: São Paulo: LTr, 2010.
- DEXTER, F. et al. An operating room scheduling strategy to maximize the use of operating room block time: computer simulation of patient scheduling and survey of patients' preferences for surgical waiting time. *Anesthesia & Analgesia*, LWW, v. 89, n. 1, p. 7–20, 1999.
- DIMENSIONS.AI. *Pesquisas de publicações com os termos “operations research” e “health” no título ou resumo*. 2020. Acesso em: 12/06/2020. Disponível em: https://app.dimensions.ai/analytics/publication/overview/timeline?search_text=Operations%20Research%20AND%20Health&search_type=kws&search_field=text_search&year_from=1971&year_to=2020.
- DOCTORID. *Página inicial*. 2020. Acesso em: 02/08/2020. Disponível em: <https://www.doctorid.com.br/website>.

DRAY, S. The importance of designing usable systems. *Interactions*, ACM New York, NY, USA, v. 2, n. 1, p. 17–20, 1995.

ERHARD, M. et al. State of the art in physician scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 265, p. 1–18, 2018.

ERNST, A. et al. Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, v. 153, n. 1, p. 3 – 27, 2004a. Timetabling and Rostering.

ERNST, A. T. et al. An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 127, n. 1-4, p. 21–144, 2004b.

FOWLER, J. W.; WIROJANAGUD, P.; GEL, E. S. Heuristics for workforce planning with worker differences. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 190, n. 3, p. 724–740, 2008.

GARG, L. et al. Intelligent patient management and resource planning for complex, heterogeneous, and stochastic healthcare systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, v. 42, n. 6, p. 1332–1345, 2012.

GIANESI, I.; CORREA, H. *Administração estratégica de serviços: operações para a satisfação do cliente*. [S.l.]: Atlas, 1994.

GOOGLE. *Google agenda*. 2020. Acesso em: 05/08/2020. Disponível em: <https://www.google.com/intl/pt-BR/calendar/about/>.

GUNAWAN, A.; LAU, H. C. Master physician scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, Springer, v. 64, n. 3, p. 410–425, 2013.

GUROBI. *Mixed-Integer Programming (MIP) – A Primer on the Basics*. 2020. Acesso em: 26/09/2020. Disponível em: <https://www.gurobi.com/resource/mip-basics/>.

HAMDAN, B.; DIABAT, A. Robust design of blood supply chains under risk of disruptions using lagrangian relaxation. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 134, p. 101764, 2020.

ISKEN, M. W. Modeling and analysis of occupancy data: A healthcare capacity planning application. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, v. 01, n. 04, p. 707–729, 2002.

LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.

MANGASARIAN, O. L.; STREET, W. N.; WOLBERG, W. H. Breast cancer diagnosis and prognosis via linear programming. *Operations Research*, INFORMS, v. 43, n. 4, p. 570–577, 1995.

MCKONE-SWEET, K. E.; HAMILTON, P.; WILLIS, S. B. The ailing healthcare supply chain: A prescription for change. *Journal of Supply Chain Management*, v. 41, n. 1, p. 4–17, 2005.

MICROSOFT. *Microsoft Excel, template de geração de turno de trabalho*. 2020. Acesso em: 03/08/2020. Disponível em: <https://templates.office.com/en-us/employee-shift-schedule-tm16400192>.

MUNDSCHEK, M.; DREXL, A. Workforce planning in the printing industry. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 45, n. 20, p. 4849–4872, 2007.

OR, I.; PIERSKALLA, W. P. A transportation location-allocation model for regional blood banking. *A I I E Transactions*, Taylor & Francis, v. 11, n. 2, p. 86–95, 1979.

PACE. *Features in Scheduling*. 2020. Acesso em: 03/08/2020. Disponível em: <https://www.pacescheduler.com/features>.

PERERA, F. de P. R.; PEIRO, M. Strategic planning in healthcare organizations. *Revista Española de Cardiología (English Edition)*, v. 65, n. 8, p. 749 – 754, 2012.

PIERSKALLA, W. P.; BRAILER, D. J. Applications of operations research in health care delivery. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Elsevier, v. 6, p. 469–505, 1994.

QGENDA. *Demonstração da geração automatizada de escalas*. 2020. Acesso em: 03/08/2020. Disponível em: <https://www.qgenda.com/thank-you-demo/>.

RAIS, A.; VIANA, A. Operations research in healthcare: a survey. *International Transactions in Operational Research*, v. 18, p. 1–31, 2010.

RESPICIO, A. et al. A computational application for multi-skill nurse staffing in hospital units. *BMC medical informatics and decision making*, Springer, v. 18, n. 1, p. 53, 2018.

ROSA, A. R.; NOGUEIRA, W. L. A proteção jurídica da jornada de trabalho do médico. *Revista de Direitos Fundamentais nas Relações do Trabalho, Sociais e Empresariais*, v. 2, n. 1, 2017.

ROUSSEAU, L.-M.; PESANT, G.; GENDREAU, M. A general approach to the physician rostering problem. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 115, n. 1-4, p. 193–205, 2002.

ROYSTON, G. One hundred years of operational research in health—uk 1948—2048. *Journal of the Operational Research Society*, p. S169 – S179, 2009.

RYU, M.; JIANG, R. Nurse staffing under absenteeism: A distributionally robust optimization approach. *arXiv preprint arXiv:1909.09875*, 2019.

SEGEV, D. L. et al. Kidney paired donation and optimizing the use of live donor organs. *Jama*, American Medical Association, v. 293, n. 15, p. 1883–1890, 2005.

SHAO, L.; EHRGOTT, M. Approximately solving multiobjective linear programmes in objective space and an application in radiotherapy treatment planning. *Mathematical Methods of Operations Research*, Springer, v. 68, n. 2, p. 257–276, 2008.

SHIFTADMIN. *Página inicial*. 2020. Acesso em: 03/08/2020. Disponível em: <https://www.shiftadmin.com/?l=y>.

- SÖRENSEN, K.; GLOVER, F. Metaheuristics. *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, Springer New York, v. 62, p. 960–970, 2013.
- THIELEN, C. Duty rostering for physicians at a department of orthopedics and trauma surgery. *Operations Research for Health Care*, Elsevier, v. 19, p. 80–91, 2018.
- VARGO, S.; LUSCH, R. From goods to service(s): Divergences and convergences of logics. *Industrial Marketing Management*, v. 37, p. 254–259, 2008.
- WENIGER, B. G. et al. Addressing the challenges to immunization practice with an economic algorithm for vaccine selection. *Vaccine*, Elsevier, v. 16, n. 19, p. 1885–1897, 1998.
- WEST, E. et al. Nurse staffing, medical staffing and mortality in intensive care: An observational study. *International Journal of Nursing Studies*, v. 51, n. 5, p. 781 – 794, 2014.
- WICKERT, T. I. et al. An integer programming approach for the physician rostering problem. *Annals of Operations Research*, Springer, p. 1–28, 2020.
- WINSTON, W. L.; GOLDBERG, J. B. *Operations research: applications and algorithms*. [S.l.]: Thomson/Brooks/Cole Belmont^ eCalif Calif, 2004. v. 3.
- WIROJANAGUD, P. et al. Modelling inherent worker differences for workforce planning. *International Journal of Production Research*, Taylor & Francis, v. 45, n. 3, p. 525–553, 2007.